

# 안녕맨의 손으로 만든 제 16회 대수능 대비 기출 시험지

## 제 2 교시

# 수리 영역

‘가’형

성명

수험 번호

3

1

- 자신이 선택한 유형(‘가’형/‘나’형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면, 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. 함수  $f(x) = \sqrt{7} \sin x - 3 \cos x$ 의 최댓값은? [2점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+3x)^{\frac{1}{6x}}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{e^2}$                       ②  $\frac{1}{e}$                       ③  $\sqrt{e}$   
④  $e$                       ⑤  $e^2$

3. 확률변수  $X$ 에 대하여 확률변수  $Y = \frac{1}{2}X + 5$ 의 평균이 30일 때,  $X$ 의 평균은? [2점]

- ① 20                      ② 35                      ③ 40  
④ 45                      ⑤ 50

4. 쌍곡선  $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$  위의 점  $(2, 1)$ 에서의 접선이  $y$ 축과 만나는 점의  $y$ 좌표는? [3점]

- ① -2                      ② -1                      ③ 0  
④ 2                      ⑤ 3

5. 두 벡터  $\vec{a} = (2, 3)$ 과  $\vec{b} = (1, 1)$ 에 대하여  $|\vec{a} + \vec{b}|$ 의 값은?

[3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

6. 함수  $f(x)$ 는 연속함수이고 모든 실수  $x$ 에 대하여 다음 등식이 성립한다.

$$f(x) - 2 \int_0^x e^t f(t) dt = 1$$

이때,  $f''(0)$ 의 값은? (단,  $e$ 는 자연로그의 밑이고,  $f''(x)$ 는  $f(x)$ 의 이계도함수이다.) [3점]

- ① 2      ② 4      ③ 6  
④ 8      ⑤ 10

7. 두 사건  $A, B$ 에 대하여

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3}, \quad P(A^C \cap B) = \frac{1}{4}$$

일 때,  $P(A|B)$ 의 값은? (단,  $A^C$ 은  $A$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{7}$       ②  $\frac{2}{7}$       ③  $\frac{3}{7}$       ④  $\frac{4}{7}$       ⑤  $\frac{5}{7}$

‘가’형

8. 양수  $a$ 에 대하여 삼차함수  $f(x) = -x(x+a)(x-a)$ 의 극대점의  $x$ 좌표를  $b$ 라 하자.

$\int_{-b}^a f(x) dx = A$ ,  $\int_b^{a+b} f(x-b) dx = B$ 일 때,  $\int_{-b}^a |f(x)| dx$ 의 값은? [3점]

- ①  $-A+2B$       ②  $-2A+B$       ③  $-A+B$   
④  $A+B$       ⑤  $A+2B$

9. 세 이차곡선

$$x^2 = 4py \ (p \neq 0), \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (x \neq \pm a), \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (|x| > a)$$

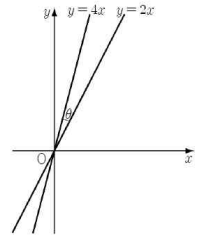
각각에 대하여, 곡선 위에 있는 임의의 점에서의 접선의 기울기들의 집합을  $M_1, M_2, M_3$ 라 하자. 다음 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

[보 기]

- ㄱ.  $\left| \frac{2b}{a} \right| \in M_3$   
ㄴ.  $M_1 = M_2$   
ㄷ.  $M_2 \supset M_3$

- ① ㄱ      ② ㄱ, ㄴ      ③ ㄴ, ㄷ  
④ ㄱ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 다음은 두 함수  $y=2x, y=4x$ 의 그래프이다. 두 직선이 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\sin 2\theta$ 의 값은? [3점]



- ①  $\frac{28}{85}$       ②  $\frac{6}{17}$   
③  $\frac{32}{85}$       ④  $\frac{34}{85}$   
⑤  $\frac{36}{85}$

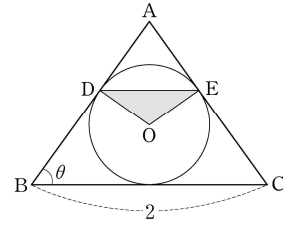
11. 어느 지역의 전체 고등학생 중 수학 영역에서 B형을 선택하는 학생의 비율을 알아보기 위해 이 지역의 고등학생  $n$ 명을 임의추출하여 조사한 결과 20%가 수학 영역에서 B형을 선택한다고 답하였다. 이 결과를 이용하여 구한 이 지역의 전체 고등학생 중 수학 영역에서 B형을 선택하는 학생의 비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이  $[0.144, 0.256]$ 이다.  $n$ 의 값은?  
(단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일

때,  $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 196                      ② 216                      ③ 236  
④ 256                      ⑤ 276

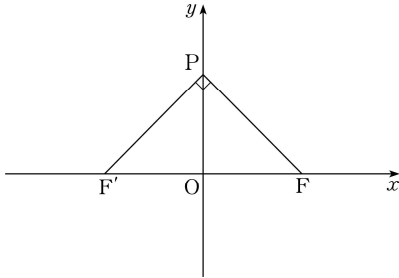
12. 그림과 같이 양수  $\theta$ 에 대하여  $\angle ABC = \angle ACB = \theta$ 이고  $\overline{BC} = 2$ 인 이등변삼각형  $ABC$ 가 있다. 삼각형  $ABC$ 의 내접원의 중심을  $O$ , 선분  $AB$ 와 내접원이 만나는 점을  $D$ , 선분  $AC$ 와 내접원이 만나는 점을  $E$ 라 하자.

삼각형  $OED$ 의 넓이를  $S(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? [3점]



- ①  $\frac{1}{8}$                       ②  $\frac{1}{4}$                       ③  $\frac{3}{8}$                       ④  $\frac{1}{2}$   
⑤  $\frac{5}{8}$

[13 ~ 14] 그림과 같이 좌표평면에  $x$ 축 위의 두 점  $F, F'$  과 점  $P(0, n)$  ( $n > 0$ )이 있다. 삼각형  $PF'F$ 가  $\angle FPF' = \frac{\pi}{2}$  인 직각이등변삼각형일 때, 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



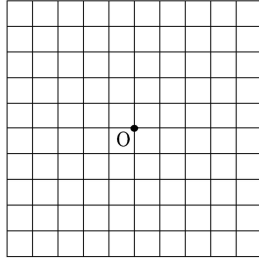
13.  $n$ 이 자연수일 때 삼각형  $PF'F$ 의 세 변 위에 있는 점 중에서  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 정수인 점의 개수를  $a_n$ 이라 하자.  $\sum_{n=1}^5 a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 40      ② 45      ③ 50      ④ 55      ⑤ 60

14. 두 점  $F, F'$ 을 초점으로 하고 점  $P$ 를 지나는 타원과 직선  $PF'$ 이 만나는 점 중 점  $P$ 가 아닌 점을  $Q$ 라 하자. 삼각형  $FPQ$ 의 둘레의 길이가  $12\sqrt{2}$  일 때, 삼각형  $FPQ$ 의 넓이는? [4점]

- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

15. 그림과 같이 이웃한 두 교차로 사이의 거리가 모두 1인 바둑판 모양의 도로망이 있다. 로봇이 한 번 움직일 때마다 길을 따라 거리 1만큼씩 이동한다. 로봇은 길을 따라 어느 방향으로도 움직일 수 있지만, 한 번 통과한 지점을 다시 지나지는 않는다. 이 로봇이 지점 O에서 출발하여 4번 움직일 때, 가능한 모든 경로의 수는? (단, 출발점과 도착점은 일치하지 않는다.) [4점]



- ① 88                      ② 96                      ③ 100  
④ 104                      ⑤ 112

16. 두 함수  $f(x) = ax + b$ 와  $g(x) = e^x$ 가

$$f(g(x)) = \int_0^x f(t)g(t)dt - xe^x + 3$$

을 만족할 때,  $f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 4                      ② 2                      ③ 0  
④ -2                      ⑤ -4

17. 다음 조건을 만족시키는 네 자리 자연수의 개수는? [4점]

- (가) 각 자리의 수의 합은 14이다.  
(나) 각 자리의 수는 모두 홀수이다.

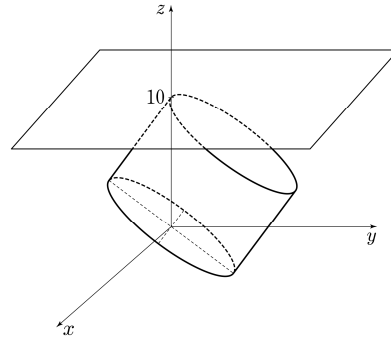
- ① 51      ② 52      ③ 53      ④ 54      ⑤ 55

18. 좌표공간에 있는 원기둥이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 높이는 8이다.  
(나) 한 밑면의 중심은 원점이고 다른 밑면은 평면  $z=10$ 과 오직 한 점  $(0, 0, 10)$ 에서 만난다.

이 원기둥의 한 밑면의 평면  $z=10$  위로의 정사영의 넓이는?

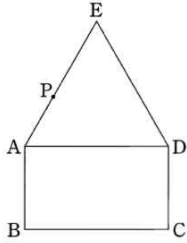
[4점][2012년 9월 평가원]



- ①  $\frac{139}{5}\pi$       ②  $\frac{144}{5}\pi$       ③  $\frac{149}{5}\pi$   
④  $\frac{154}{5}\pi$       ⑤  $\frac{159}{5}\pi$

19. 평면에서 그림과 같이  $\overline{AB}=1$ 이고  $\overline{BC}=\sqrt{3}$ 인 직사각형  $ABCD$ 와 정삼각형  $EAD$ 가 있다. 점  $P$ 가 선분  $AE$  위를 움직일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점]

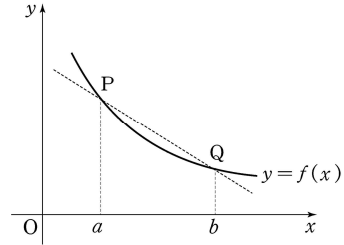


[보 기]

- ㄱ.  $|\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CP}|$ 의 최솟값은 1이다.  
 ㄴ.  $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CP}$ 의 값은 일정하다.  
 ㄷ.  $|\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{CP}|$ 의 최솟값은  $\frac{7}{2}$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 다음은 연속함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 이 그래프 위의 서로 다른 두 점  $P(a, f(a))$ ,  $Q(b, f(b))$ 를 나타낸 것이다.



함수  $F(x)$ 가  $F'(x)=f(x)$ 를 만족시킬 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

[ 보 기 ]

- ㄱ. 함수  $F(x)$ 는 구간  $[a, b]$ 에서 증가한다.  
 ㄴ.  $\frac{F(b)-F(a)}{b-a}$ 는 직선 PQ의 기울기와 같다.  
 ㄷ.  $\int_a^b \{f(x)-f(b)\} dx \leq \frac{(b-a)\{f(a)-f(b)\}}{2}$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



21. 함수  $f(x) = \sin \pi x$  와 이차함수  $g(x) = x(x+1)$  에 대하여  
실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $h(x)$  를

$$h(x) = \int_{g(x)}^{g(x+1)} f(t) dt$$

라 할 때, 닫힌 구간  $[-1, 1]$  에서 방정식  $h(x) = 0$  의 서로 다른  
실근의 개수는? [4점]

- ① 1              ② 2              ③ 3              ④ 4              ⑤ 5

## 단답형

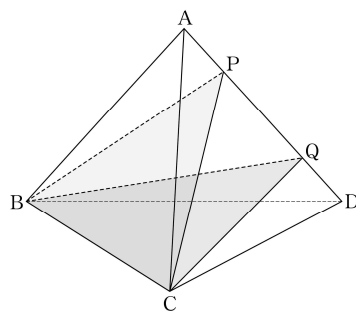
22. 동전 2 개를 100 번 던질 때, 모두 앞면이 나올 횟수를  $X$  라  
하자.  $Y = 2X + 3$  일 때,  $E(Y)$  의 값을 구하시오. [3점]

23. 원  $(x-6)^2 + (y-5)^2 = 36$  과  $x$  축의 두 교점을 초점으로 하고,  
원의 중심을 지나는 타원의 장축의 길이를 구하시오. [3점]

24. 곡선  $y = \frac{1}{2} \ln x$  와  $x$ 축,  $y$ 축 및 직선  $y = \ln 2$ 로 둘러싸인 영역을  $y$ 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피를  $V$ 라 할 때,  $\frac{V}{\pi}$ 의 값을  $\frac{q}{p}$  ( $p, q$ 는 서로소인 자연수)라 할 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. [3점]

25.  $x$ 에 대한 방정식  $\ln x - x + 20 - n = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 자연수  $n$ 의 개수를 구하시오. [3점]

26. 한 모서리의 길이가 4인 정사면체 ABCD에서 선분 AD를 1:3으로 내분하는 점을 P, 3:1로 내분하는 점을 Q라 하자. 두 평면 PBC와 QBC가 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\cos \theta = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



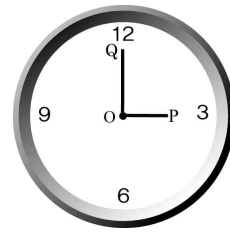
27. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f(1)=2$

(나)  $\int_0^1 (x-1)f'(x+1)dx = -4$

$\int_1^2 f(x)dx$ 의 값을 구하시오. (단,  $f'(x)$ 는 연속함수이다.) [4점]

28. 그림과 같은 원모양의 시계가 있다. 시계의 중심을  $O$ , 길이가 2인 시침의 끝점을  $P$ , 길이가 3인 분침의 끝점을  $Q$ 라 할 때, 삼각형  $OPQ$ 의 넓이를  $S$ 라 하자. 4시 정각이 되는 순간, 넓이  $S$ 의 시간(분)에 대한 순간변화율은  $\frac{q}{p}\pi$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이고, 세 점  $O, P, Q$ 가 일직선 위에 있는 경우는  $S=0$ 으로 한다.) [4점]

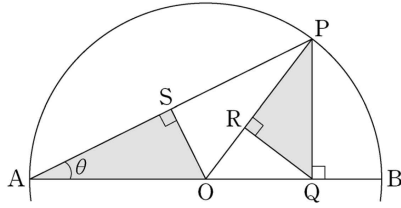


29. 그림과 같이 중심이  $O$ 이고 길이가 2인 선분  $AB$ 를 지름으로 하는 원 위의 점  $P$ 에서 선분  $AB$ 에 내린 수선의 발을  $Q$ , 점  $Q$ 에서 선분  $OP$ 에 내린 수선의 발을  $R$ , 점  $O$ 에서 선분  $AP$ 에 내린 수선의 발을  $S$ 라 하자.

$\angle PAQ = \theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ )일 때, 삼각형  $AOS$ 의 넓이를  $f(\theta)$ , 삼

각형  $PRQ$ 의 넓이를  $g(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\theta^2 f(\theta)}{g(\theta)} = \frac{q}{p}$ 일 때,  $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]



30. 좌표공간에서 구  $S: x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 4$ 와

평면  $x - y + z - 6 = 0$ 이 만나서 생기는 원을  $C$ 라 하자.

구  $S$  위의 점  $A(\sqrt{2}, \sqrt{2}, 3)$ 과 원  $C$  위를 움직이는 점  $B$ 에 대하여 두 벡터  $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ 의 내적  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 의 최댓값과 최솟값의 곱을 구하시오. (단,  $O$ 는 원점이다.) [4점]