7. 9. 11. 12. 13. 19. 20. 21. 22.

미적 28. 29. 30.

2024학년도 5월 고3 전국연합학력평가 문제지

수학 영역

제 2 교시

5지선다형

1. $4^{1-\sqrt{3}} \times 2^{1+2\sqrt{3}}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+4x}-x\right)$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 첫째항이 1인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_5-a_3=8$일 때, a_2의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

4. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{h\to0}\frac{f(1+2h)-4}{h}=6$일 때, $f(1)+f'(1)$의 값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

5. $\sin(-\theta)+\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)=\dfrac{8}{5}$ 이고 $\cos\theta<0$일 때, $\tan\theta$의 값은? [3점]

① $-\dfrac{5}{3}$ ② $-\dfrac{4}{3}$ ③ 0 ④ $\dfrac{4}{3}$ ⑤ $\dfrac{5}{3}$

6. 함수 $f(x)=x^3+ax^2+3a$가 $x=-2$에서 극대일 때, 함수 $f(x)$의 극솟값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

7. 다항함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 증가하고

$$f'(x)=\{3x-f(1)\}(x-1)$$

을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$f(1)=3$. $f'(x)=3(x-1)^2$.

$f(2)=f(1)+\int_1^2 f'(x)dx$

$=3+1=4$.

8. 두 양수 a, b에 대하여 함수 $f(x)=a\cos bx$의 주기가 6π이고 닫힌구간 $[\pi, 4\pi]$에서 함수 $f(x)$의 최댓값이 1일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① $\frac{5}{3}$　② $\frac{11}{6}$　③ 2　④ $\frac{13}{6}$　⑤ $\frac{7}{3}$

9. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=1-4\times S_n$$

이고 $a_4=4$일 때, $a_1\times a_6$의 값은? [4점]

① 5　② 10　③ 15　④ 20　⑤ 25

$a_{n+2}-a_{n+1}=(1-4S_{n+1})-(1-4S_n)$

$=-4a_{n+1}$

$a_{n+2}=-3a_{n+1}$

a_n : —, $\frac{4}{9}$, $-\frac{4}{3}$, 4, -12, 36 …

$a_2=\frac{4}{9}=1-4a_1$. $a_1=\frac{1}{4}\cdot\frac{5}{9}=\frac{5}{36}$.

$\therefore a_1\times a_6=5$.

10. 실수 m에 대하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t\geq 0)$에서의 속도를 각각

$$v_1(t)=3t^2+1,\quad v_2(t)=mt-4$$

라 하자. 시각 $t=0$에서 $t=2$까지 두 점 P, Q가 움직인 거리가 같도록 하는 모든 m의 값의 합은? [4점]

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

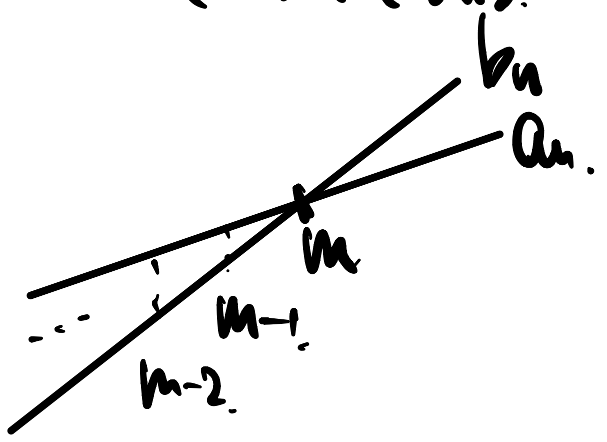
11. 공차가 정수인 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$과 자연수 $m(m \geq 3)$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $|a_1 - b_1| = 5$
> (나) $a_m = b_m$, $a_{m+1} < b_{m+1}$

$\sum_{k=1}^{m} a_k = 9$일 때, $\sum_{k=1}^{m} b_k$의 값은? [4점]

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

공차. $(a_n) < (b_n)$.



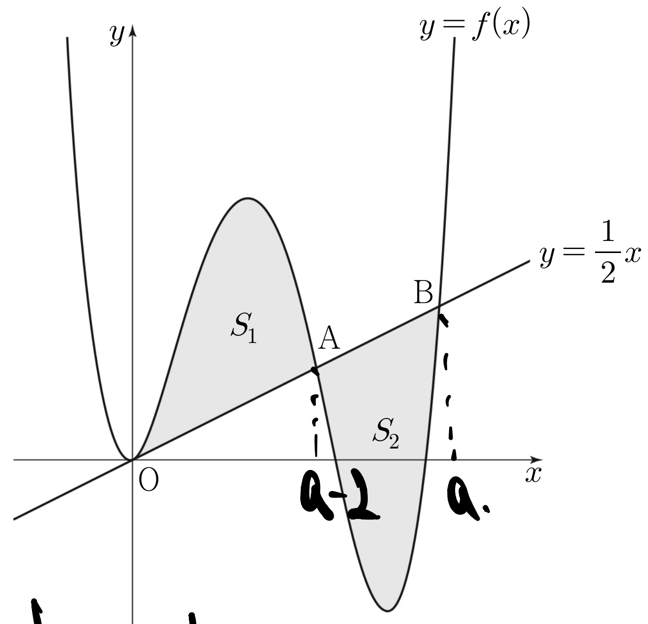
$a_n - b_n$: $-5. -4. -3. -2. -1. 0.$ (m.)

$9 - 15 = -6.$

12. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여

곡선 $y = f(x)$와 직선 $y = \frac{1}{2}x$가 원점 O에서 접하고 x좌표가 양수인 두 점 A, B($\overline{\mathrm{OA}} < \overline{\mathrm{OB}}$)에서 만난다.
곡선 $y = f(x)$와 선분 OA로 둘러싸인 영역의 넓이를 S_1,
곡선 $y = f(x)$와 선분 AB로 둘러싸인 영역의 넓이를 S_2라 하자.
$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{5}$이고 $S_1 = S_2$일 때, $f(1)$의 값은? [4점]

① $\frac{9}{2}$ ② $\frac{11}{2}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ $\frac{17}{2}$



$f(x) - \frac{1}{2}x = x^2\{x-(a-2)\}\{x-a\}$

$= x^2(x-a)^2 + 2x^2(x-a).$

$\int_0^a x^2(x-a)^2 dx = \frac{a^5}{5} - \frac{a^5}{2} + \frac{1}{3}a^5$

$= \frac{1}{30}a^5.$

$\int_0^a \{f(x) - \frac{1}{2}x\} dx$

$= \frac{1}{30}a^5 - \frac{2}{12}a^4 = 0.$ $a = 5.$

$f(x) = x^2(x-3)(x-5) + \frac{1}{2}x$

$f(1) = 1 \cdot (-2) \cdot (-4) + \frac{1}{2} = \frac{17}{2}.$

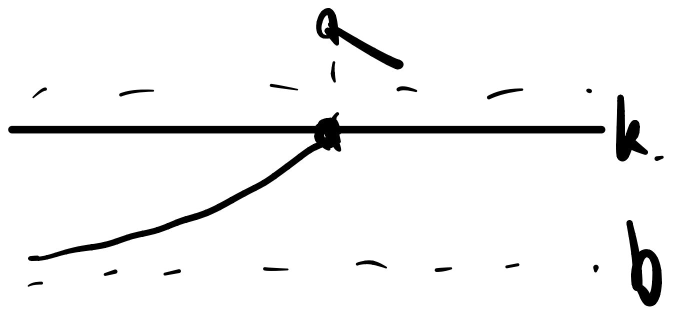
13. 두 상수 a, $b(b>0)$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} 2^{x+3}+b & (x \le a) \\ 2^{-x+5}+3b & (x > a) \end{cases}$$

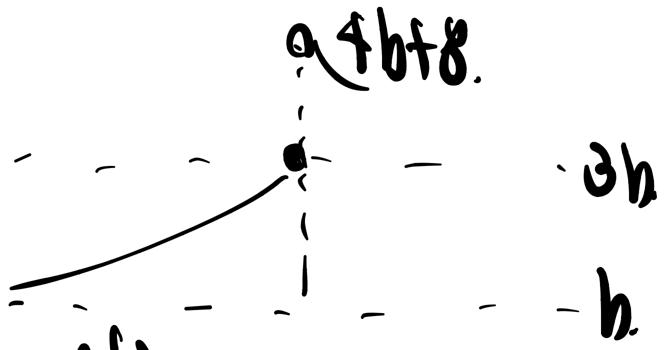
라 하자. 다음 조건을 만족시키는 실수 k의 최댓값이 $4b+8$일 때, $a+b$의 값은? (단, $k>b$) [4점]

$b<t<k$인 모든 실수 t에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=t$의 교점의 개수는 1이다.

V ① 9　② 10　③ 11　④ 12　⑤ 13



4b+8>3b X



$2^{a+3}+b=3b$.　$2^{a+2}=b$.

$2^{-a+5}+3b=4b+8$　$2^{-a+5}-8=b$.

$4x=\frac{32}{x}-8$.　$x^2+2x-8=0$.

$x=2^a=2$. $a=1$.　$b=4x=8$.

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서의 접선의 y절편을 $g(t)$라 하자. 두 함수 $f(x)$, $g(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

$\lvert f(k)\rvert+\lvert g(k)\rvert=0$을 만족시키는 실수 k의 개수는 2이다.

$4f(1)+2g(1)=-1$일 때, $f(4)$의 값은? [4점]

① 46　② 49　③ 52　④ 55　⑤ 58

15. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases}\dfrac{a_n}{3} & (a_n\text{이 3의 배수인 경우})\\[2ex] \dfrac{{a_n}^2+5}{3} & (a_n\text{이 3의 배수가 아닌 경우})\end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_4+a_5=5$가 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은? [4점]

① 63 ② 66 ③ 69 ④ 72 ⑤ 75

8lk X.

$k \neq 3$의 배수.

a_n: $27k$. $9k$. $3k$. k. $\frac{k^2+9}{3}$.

$k+\frac{k^2+9}{3}=5$. $k^2+3k-10=0$. $a_1=54$.

a_n: $9k$. $3k$. k. $\frac{k^2+9}{3}$. $\frac{10-k^2}{3}$.

$k^2+9=30-3k^2$. $k=\frac{5}{2}$. X.

$a_4=3k$. $a_5=k$. $k=\frac{5}{4}$.

$a_4=\frac{15}{4}$. $a_3=\frac{5}{2}$. $a_2=\frac{5}{2}$. X.

$a_4 \neq 3k$. $a_4+\frac{{a_4}^2+5}{3}=5$. $a_4=2$.

$a_4=2$. → $a_3=6$. → $a_2=18$. → $a_1=54$.
$a_2=\sqrt{13}$. X. $a_1=7$.
$a_3=1$. → $a_2=3$. → $a_1=9$.
$a_1=2$.
${a_2}^2=-2$. X.

72.

단답형

16. 방정식

$$\log_2(x-3)=1-\log_2(x-4)$$

를 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)=(x-1)(x^3+x^2+5)$에 대하여 $f'(1)$의 값을 구하시오. [3점]

18. 최고차항의 계수가 3인 이차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_0^x f(t)dt = 2x^3 + \int_0^{-x} f(t)dt$$

를 만족시킨다. $f(1)=5$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점]

고2 17 06 가 17...?

19. 집합 $U=\{x \mid -5 \le x \le 5,\ x\text{는 정수}\}$의 공집합이 아닌 부분집합 X에 대하여 두 집합 A, B를

$A=\{a \mid a\text{는 } x\text{의 실수인 네제곱근},\ x \in X\}$,
$B=\{b \mid b\text{는 } x\text{의 실수인 세제곱근},\ x \in X\}$

라 하자. $n(A)=9$, $n(B)=7$이 되도록 하는 집합 X의 모든 원소의 합의 최댓값을 구하시오. [3점] 11.

A. 양수 4개 &0.

B. 7개.

$(5+4+3+\cancel{2}+0)+\{(-1)+\cancel{(-2)}\}$

$=11.$

20. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$xf(x)=\left(-\frac{1}{2}x+3\right)g(x)-x^3+2x^2$$

을 만족시킨다. 상수 $k\,(k \ne 0)$에 대하여

$$\lim_{x\to 2}\frac{g(x-1)}{f(x)-g(x)} \times \lim_{x\to\infty}\frac{\{f(x)\}^2}{g(x)}=k$$

일 때, k의 값을 구하시오. [4점] 25.

$2f(2)=2g(2).$ $g(1)=0.$

$f(1)=\frac{5}{2}g(1)+1=1.$

$g(0)=0.$

$\lim_{x\to\infty}\frac{\{f(x)\}^2}{g(x)}=\square.$

$\boxed{g\ \text{이차.}\ f\ \text{일차.}}$

g 사차. f 이차. $xf(x)$ 5차. X.

$g(x)=-2x(x-1).$ $g(2)=-4.$

$f(x)=\frac{(-4)-1}{2-1}(x-1)+1.$

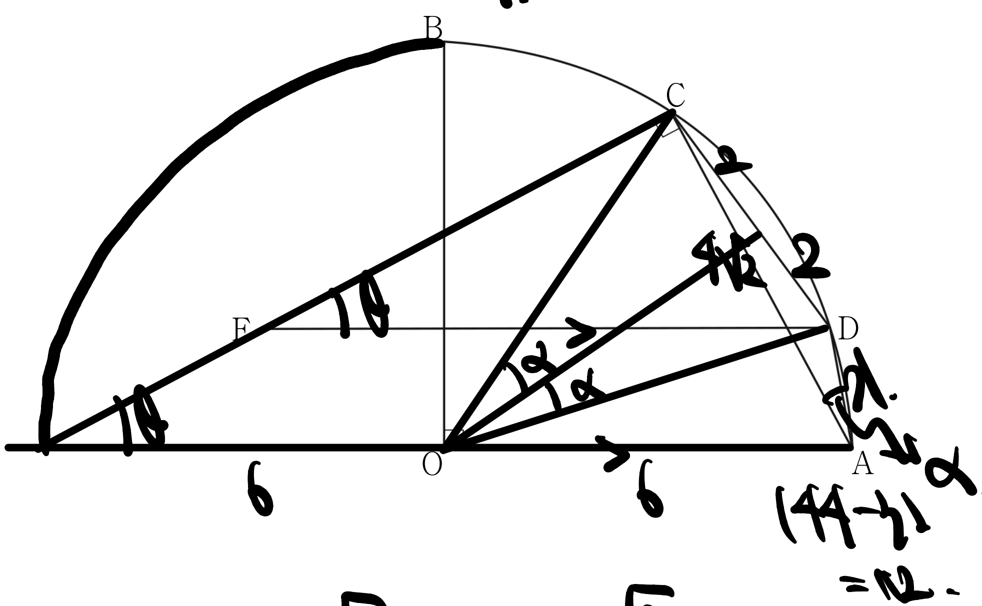
$=-5x+6.$

$\lim_{x\to 2}\frac{g(x-1)}{f(x)-g(x)}=\frac{-2}{(-5)-(-6)}=-2.$

$\lim_{x\to\infty}\frac{\{f(x)\}^2}{g(x)}=\frac{25}{-2}.$ $k=25.$

$g(1) = -f(1) = \left(4 - \frac{16}{3}\cdot 2 - 2 + 4\cdot 2 + \frac{40}{3}\right)\cdot(-1)$
$= -\frac{20}{3}$. $h(3) = -9$.

21. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 6이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위에 점 C를 $\overline{AC}=4\sqrt{2}$가 되도록 잡는다. 호 AC 위의 한 점 D에 대하여 점 D를 지나고 선분 OA에 평행한 직선과 점 C를 지나고 선분 AC에 수직인 직선이 만나는 점을 E라 하자. 삼각형 CED의 외접원의 반지름의 길이가 $3\sqrt{2}$일 때, $\overline{AD}=p+q\sqrt{7}$을 만족시키는 두 유리수 p, q에 대하여 $9\times|p\times q|$의 값을 구하시오. (단, 점 D는 점 A도 아니고 점 C도 아니다.) [4점] 64.



$\sin\theta = \frac{\sqrt{2}}{3}$. $\cos\theta = \frac{\sqrt{7}}{3}$.

$\frac{CD}{\sin\theta} = 6\sqrt{2}$ $CD = 6\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{3}$
$= 4$.

$\sin\alpha = \frac{1}{3}$ $\cos\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

$x^2 + 32 - 2\cdot x\cdot 4\sqrt{2}\cdot\frac{2\sqrt{2}}{3} = 16$.
$x^2 - \frac{32}{3}x + 16 = 0$.

$x = \frac{16}{3} \pm \sqrt{\frac{256}{9} - 16}$
$= \frac{16}{3} - \frac{4\sqrt{7}}{3}$ $9\cdot|pq| = 64$.

22. 최고차항의 계수가 4이고 서로 다른 세 극값을 갖는 사차함수 $f(x)$와 두 함수 $g(x)$,

$$h(x)=\begin{cases} 4x+2 & (x<a) \\ -2x-3 & (x\ge a)\end{cases}$$

가 있다. 세 함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

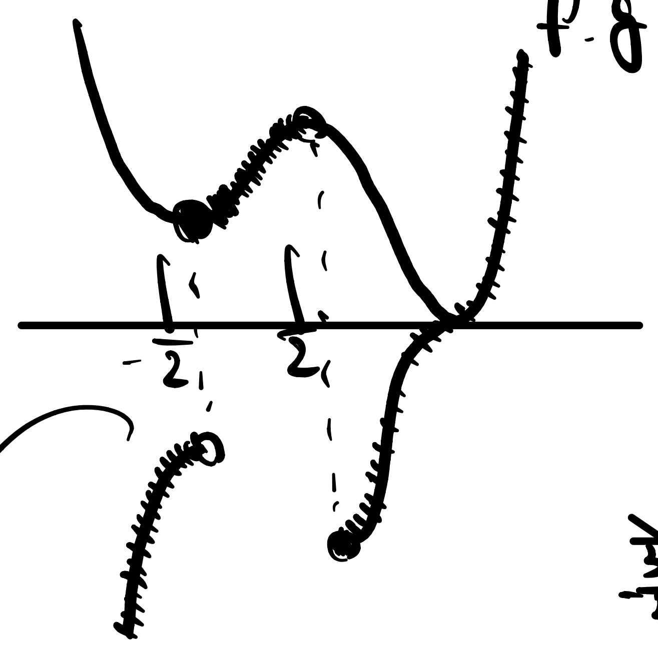
(가) 모든 실수 x에 대하여

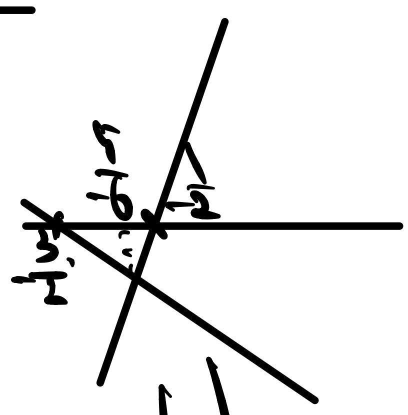
$$|g(x)|=f(x),\ \lim_{t\to 0+}\frac{g(x+t)-g(x)}{t}=|f'(x)|$$

이다.
(나) 함수 $g(x)h(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

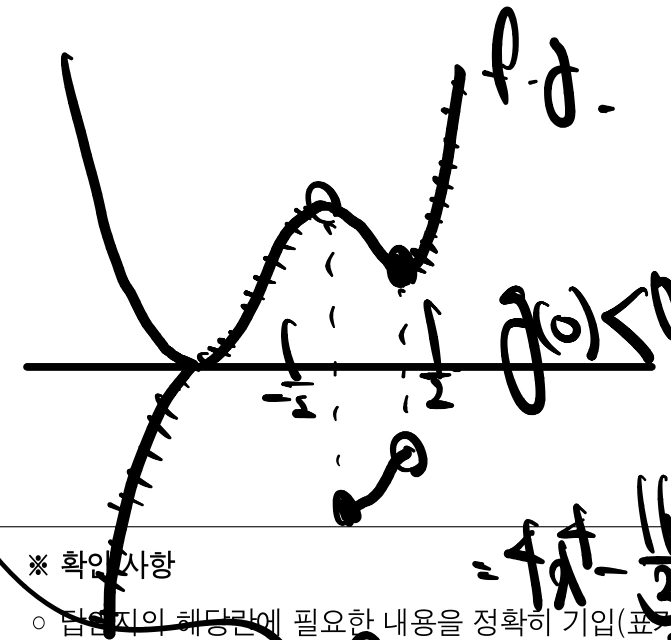
$g(0)=\frac{40}{3}$일 때, $g(1)\times h(3)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [4점] 114.

$f(x)\ge 0$. (g 우미분계수) ≥ 0.





$x = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$
불연속 제거 가능



※ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

$= 4x^4 - \frac{16}{3}\alpha x^3 - 2x^2 + 4\alpha x + \frac{40}{3}$
$f(x) = (x-\alpha)^2\left(4x^2 + 4\alpha x + \frac{40}{3\alpha^2}\right)$.

$f'(x) = 4(4x^2-1)(x-\alpha)$.
$= 16x^3 - 16\alpha x^2 - 4x + 4\alpha$.

$f(\alpha) = 4\alpha^4 - \frac{16}{3}\alpha^4 - 2\alpha^2 + 4\alpha^2 + \frac{40}{3} = 0$. $\alpha = 2$.

5지선다형

23. 함수 $f(x)=\sin 2x$에 대하여 $f''\left(\frac{\pi}{4}\right)$의 값은? [2점]

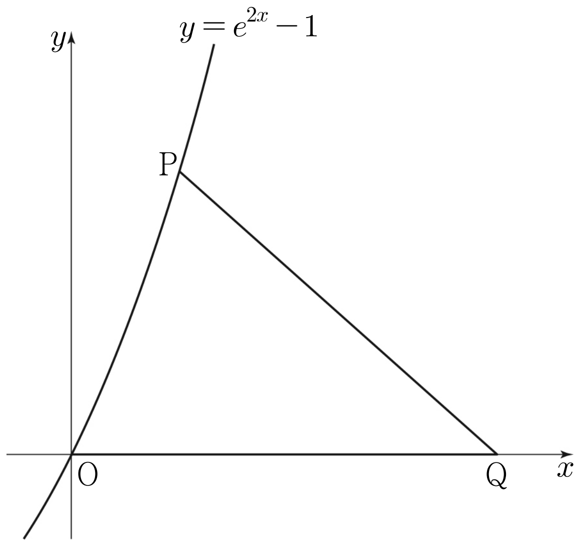
① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

24. 첫째항이 1이고 공차가 $d(d>0)$인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{a_n}-\frac{n+1}{a_{n+1}}\right)=\frac{2}{3}$일 때, d의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

25. 곡선 $y=e^{2x}-1$ 위의 점 $\mathrm{P}\left(t,\ e^{2t}-1\right)(t>0)$에 대하여 $\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{OQ}}$를 만족시키는 x축 위의 점 Q의 x좌표를 $f(t)$라 할 때, $\lim\limits_{t\to0+}\dfrac{f(t)}{t}$의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

① 1 ② $\dfrac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\dfrac{5}{2}$ ⑤ 3



26. 열린구간 $(0,\ \infty)$에서 정의된 함수

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x^{n+1}+\left(\frac{4}{x}\right)^{n}}{x^{n}+\left(\frac{4}{x}\right)^{n+1}}$$

이 있다. $x>0$일 때, 방정식 $f(x)=2x-3$의 모든 실근의 합은? [3점]

① $\dfrac{41}{7}$ ② $\dfrac{43}{7}$ ③ $\dfrac{45}{7}$ ④ $\dfrac{47}{7}$ ⑤ 7

27. 함수 $f(x)=x^3+x+1$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 매개변수 t로 나타내어진 곡선

$$x=g(t)+t,\quad y=g(t)-t$$

에서 $t=3$일 때, $\frac{dy}{dx}$의 값은? [3점]

① $-\frac{1}{5}$ ② $-\frac{3}{10}$ ③ $-\frac{2}{5}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{3}{5}$

$\frac{2-a}{2a+1}=\frac{a-1}{a+1}$

$2a^2-a-1=-(a^2-a-2)$

$=-a^2+a+2$

$3a^2-2a-3=0$. $a=\frac{1\pm\sqrt{1+9}}{3}$

$(\because a>0)=\frac{1+\sqrt{10}}{3}$

$\tan b=\frac{2\cdot\frac{1}{a}}{1-\frac{1}{a^2}}$

$=\frac{2a}{a^2-1}=3$.

28. 두 상수 $a(a>0)$, b에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$를

$$f(x)=a\sin x-\cos x,\quad g(x)=e^{2x-b}-1$$

이라 하자. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\tan b$의 값은? [4점]

(가) $f(k)=g(k)=0$을 만족시키는 실수 k가 열린구간 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$에 존재한다.

(나) 열린구간 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$에서 방정식 $\{f(x)g(x)\}'=2f(x)$의 모든 해의 합은 $\frac{\pi}{4}$이다.

① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

$g(k)=0$. $k=\frac{b}{2}$

$a\sin\frac{b}{2}-\cos\frac{b}{2}=0$. $a\cdot\tan\frac{b}{2}=1$

$f'(x)g(x)+f(x)g'(x)=2f(x)$

$f'(x)g(x)=f(x)\{2-g'(x)\}$

$=f(x)(2-2e^{2x-b})$

$(a\cos x+\sin x)(e^{2x-b}-1)$

$=-2(a\sin x-\cos x)(e^{2x-b}-1)$

$x=\frac{b}{2}$. $a\cos x+\sin x=-2a\sin x+2\cos x$

$a+\tan x=-2a\tan x+2$

$(2a+1)\tan x=2-a$ $\tan x=\frac{2-a}{2a+1}$

1개. $\frac{\pi}{4}-\frac{b}{2}$

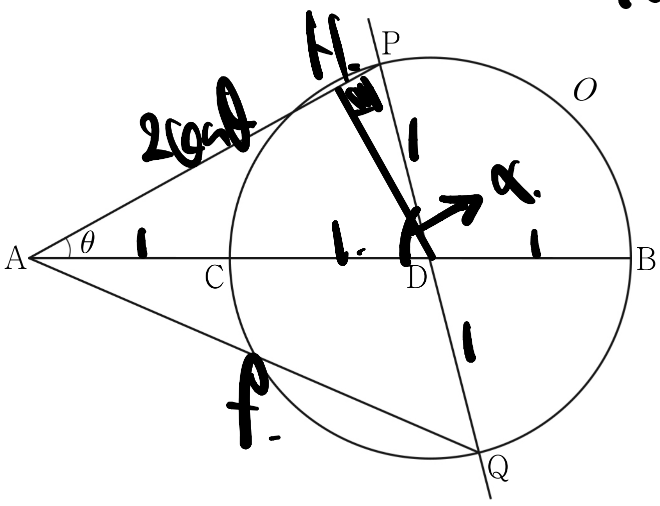
$\tan\frac{b}{2}=\frac{1}{a}$

$\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{b}{2}\right)=\frac{1-\frac{1}{a}}{1+\frac{1}{a}}=\frac{a-1}{a+1}=\frac{2-a}{2a+1}$

단답형

29. 그림과 같이 길이가 3인 선분 AB를 삼등분하는 점 중 A와 가까운 점을 C, B와 가까운 점을 D라 하고, 선분 BC를 지름으로 하는 원을 O라 하자. 원 O 위의 점 P를 $\angle\mathrm{BAP}=\theta\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{6}\right)$가 되도록 잡고, 두 점 P, D를 지나는 직선이 원 O와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자. 선분 AQ의 길이를 $f(\theta)$라 할 때, $\cos\theta_0=\dfrac{7}{8}$인 θ_0에 대하여 $f'(\theta_0)=k$이다. k^2의 값을 구하시오. (단, $\angle\mathrm{APD}<\dfrac{\pi}{2}$이고 $0<\theta_0<\dfrac{\pi}{6}$이다.) [4점]

40.



$PH=\sqrt{1-4\sin^2\theta}$.

$\sqrt{5-4\cos\alpha}=2\cos\theta+\sqrt{1-4\sin^2\theta}$.

$f^2=5+4\cos\alpha$. $2ff'=-4\sin\alpha\dfrac{d\alpha}{d\theta}$.

$\cos\theta_0=\dfrac{7}{8}$. $\sin\theta_0=\dfrac{\sqrt{15}}{8}$.

$\sqrt{5-4\cos\alpha}=\dfrac{7}{4}+\dfrac{1}{4}=2$. $\cos\alpha=\dfrac{1}{4}$

$f^2=6$. $f=\sqrt{6}$.

$\dfrac{4\sin\alpha}{2\sqrt{5-4\cos\alpha}}\cdot\dfrac{d\alpha}{d\theta}=-2\sin\theta+\dfrac{-8\sin\theta\cos\theta}{2\sqrt{1-4\sin^2\theta}}$

$\dfrac{d\alpha}{d\theta}\cdot\left(2\cdot\dfrac{\sqrt{15}}{4}\cdot\dfrac{1}{2}\right)=-\dfrac{\sqrt{15}}{4}+(-4)\cdot\dfrac{7\sqrt{15}}{64}\cdot4$.

$\dfrac{d\alpha}{d\theta}=-8$. $f'=\dfrac{1}{2\sqrt{6}}\cdot(+4)\cdot\dfrac{\sqrt{15}}{4}\cdot(+8)=2\cdot2\sqrt{15}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{6}}=\sqrt{40}$.

30. 수열 $\{a_n\}$은 공비가 0이 아닌 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$을 모든 자연수 n에 대하여

$$b_n=\begin{cases} a_n & (|a_n|<\alpha) \\ -\dfrac{5}{a_n} & (|a_n|\ge\alpha) \end{cases}\quad(\alpha\text{는 양의 상수})$$

라 할 때, 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$과 자연수 p가 다음 조건을 만족시킨다.

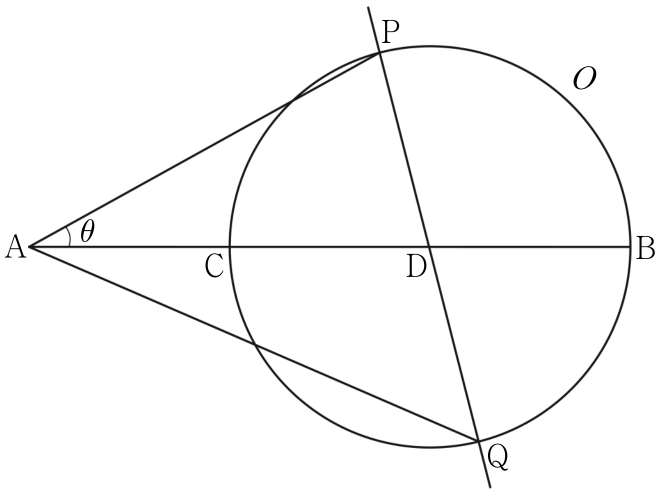
> (가) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_n=4$
>
> (나) $\displaystyle\sum_{n=1}^{m}\frac{a_n}{b_n}$의 값이 최소가 되도록 하는 자연수 m은 p이고,
> $\displaystyle\sum_{n=1}^{p}b_n=51$, $\displaystyle\sum_{n=p+1}^{\infty}b_n=\frac{1}{64}$이다.

$32\times(a_3+p)$의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

단답형

29. 그림과 같이 길이가 3인 선분 AB를 삼등분하는 점 중 A와 가까운 점을 C, B와 가까운 점을 D라 하고, 선분 BC를 지름으로 하는 원을 O라 하자. 원 O 위의 점 P를 $\angle \mathrm{BAP} = \theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{6}\right)$가 되도록 잡고, 두 점 P, D를 지나는 직선이 원 O와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자. 선분 AQ의 길이를 $f(\theta)$라 할 때, $\cos\theta_0 = \frac{7}{8}$인 θ_0에 대하여 $f'(\theta_0) = k$이다. k^2의 값을 구하시오. (단, $\angle \mathrm{APD} < \frac{\pi}{2}$이고 $0 < \theta_0 < \frac{\pi}{6}$이다.) [4점]



$4r^2 - 8r + 4 + 25r = 0$

$r = -\frac{1}{4}$ $\cancel{-4}$ $p = 4$. $a = 5$.

$32 \cdot \left(5 \cdot \frac{1}{16} + 4\right) = 138$.

30. 수열 $\{a_n\}$은 공비가 0이 아닌 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$을 모든 자연수 n에 대하여

$$b_n = \begin{cases} a_n & (|a_n| < \alpha) \\ -\frac{5}{a_n} & (|a_n| \geq \alpha) \end{cases} \quad (\alpha\text{는 양의 상수})$$

라 할 때, 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$과 자연수 p가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 4$ 수렴.
(나) $\sum_{n=1}^{m} \frac{a_n}{b_n}$의 값이 최소가 되도록 하는 자연수 m은 p이고, $\sum_{n=1}^{p} b_n = 51$, $\sum_{n=p+1}^{\infty} b_n = \frac{1}{64}$이다.

$32 \times (a_3 + p)$의 값을 구하시오. [4점] 138.

$\frac{a}{1-r} = 4$. $a = 4(1-r)$.

$\frac{a_n}{b_n} = \begin{cases} 1 \\ -\frac{a_n^2}{5} \end{cases}$

$|a_p| \geq \alpha$ $|a_{p+1}| < \alpha$.

$\cancel{4}$

$=$

$-\frac{5r}{a(1-r)} \cdot \cancel{256}$

$=$

$\frac{\left(-\frac{5}{a}\right)\left\{\left(\frac{1}{r}\right)^p - 1\right\}}{\frac{1}{r} - 1} = 51$. $= \frac{\left(-\frac{5r}{a}\right)\left\{\left(\frac{1}{r}\right)^p - 1\right\}}{1-r}$

$\frac{ar^p}{r-1} = \frac{1}{64}$. $r^p = \frac{1}{256}$.

$\left(\pm\frac{1}{2}, 8\right)$. $\left(\pm\frac{1}{4}, 4\right)$. $\left(\pm\frac{1}{16}, 2\right)$.

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

$-\frac{25r}{a(1-r)} = \frac{25r}{-4(1-r)^2} = 1$.