

2024학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수 학 영 역

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

나를 죽이지 못하는 고통은 나를 더 강하게 만든다.

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- **공통과목** 1~8쪽
- **선택과목**
 - 확률과 통계 9~12쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 3 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\log_2 \frac{8}{9} + \frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}} 18$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 2$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+1}{f(x)+x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

3. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$S_6 = 21S_2, \quad a_6 - a_2 = 15$$

일 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

4. 함수 $f(x) = x^3 + ax + b$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)}{h} = 5$ 일 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

5. $\sin\theta < 0$ 이고 $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{2}{5}$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{21}}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{21}}{5}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{21}}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{21}}{2}$

6. 모든 실수 t 에 대하여 다항함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 기울기가 $-6t^2 + 2t$ 이다. 곡선 $y = f(x)$ 가 점 $(1, 1)$ 을 지날 때, $f(-1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 다음 조건을 만족시키는 모든 유리수 r 의 값의 합은? [3점]

(가) $1 < r < 9$

(나) r 을 기약분수로 나타낼 때, 분모는 7 이고 분자는 홀수이다.

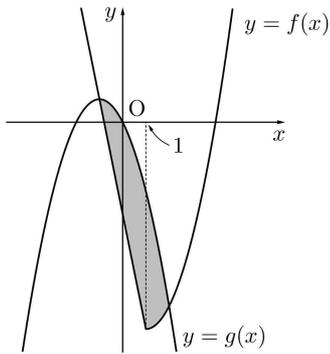
- ① 102 ② 108 ③ 114 ④ 120 ⑤ 126

8. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} -5x-4 & (x < 1) \\ x^2-2x-8 & (x \geq 1) \end{cases}, \quad g(x) = -x^2-2x$$

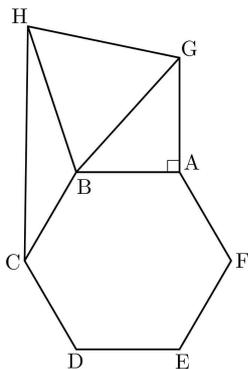
에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{34}{3}$ ② 11 ③ $\frac{32}{3}$ ④ $\frac{31}{3}$ ⑤ 10



9. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정육각형 ABCDEF에

대하여 점 G를 $\overline{AG} = \sqrt{5}$, $\angle BAG = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 잡고, 점 H를 삼각형 BGH가 정삼각형이 되도록 잡는다. 선분 \overline{CH} 의 길이는? (단, 점 G는 정육각형 외부에 있고, 두 선분 \overline{AF} , \overline{BH} 는 만나지 않는다.) [4점]



- ① $2\sqrt{5}$ ② $\sqrt{21}$ ③ $\sqrt{22}$ ④ $\sqrt{23}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

10. 함수

$$f(x) = \int_a^x (3t^2 + bt - 5) dt \quad (a > 0)$$

이 $x=-1$ 에서 극값 0을 가질 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

11. 함수 $f(x) = -2^{|x-a|} + a$ 의 그래프가 x 축과 두 점 A, B와 만나고 $\overline{AB} = 6$ 이다. 함수 $f(x)$ 가 $x = p$ 에서 최댓값 q 를 가질 때, $p+q$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

12. 최고차항의 계수가 -1 인 이차함수 $f(x)$ 와 상수 a 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < 0) \\ a - f(-x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - g(0)}{x} = -4$$

(나) 함수 $g(x)$ 의 극솟값은 0이다.

$g(-a)$ 의 값은? [4점]

- ① -40 ② -36 ③ -32 ④ -28 ⑤ -24

13. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = -3$, $a_{20} = 1$ 이고, 3 이상 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = a_{n-1}$$

을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{50} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

14. 실수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 - kx$$

라 하고, 실수 a 와 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < a \text{ 또는 } x > a+1) \\ -f(x) & (a \leq x \leq a+1) \end{cases}$$

이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점]

—<보 기>—

- ㄱ. 두 실수 k , a 의 값과 관계없이 함수 $g(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.
- ㄴ. $k=4$ 일 때, 함수 $g(x)$ 가 $x=p$ 에서 불연속인 실수 p 의 개수가 1이 되도록 하는 모든 실수 a 의 개수는 3이다.
- ㄷ. 함수 $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 순서쌍 (k, a) 의 개수는 2이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

15. 0이 아닌 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} \log_4(-x) & (x < 0) \\ 2 - \log_2 x & (x > 0) \end{cases}$$

이 있다. 직선 $y=a$ 와 곡선 $y=f(x)$ 가 만나는 두 점 A, B의 x 좌표를 각각 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ 라 하고, 직선 $y=b$ 와 곡선 $y=f(x)$ 가 만나는 두 점 C, D의 x 좌표를 각각

$x_3, x_4 (x_3 < x_4)$ 라 하자. $\left| \frac{x_2}{x_1} \right| = \frac{1}{2}$ 이고 두 직선 AC와 BD가

평행할 때, $\left| \frac{x_4}{x_3} \right|$ 의 값은? (단, a, b 는 $a \neq b$ 인 상수이다.) [4점]

- ① $3+3\sqrt{3}$ ② $5+2\sqrt{3}$ ③ $4+3\sqrt{3}$
 ④ $6+2\sqrt{3}$ ⑤ $5+3\sqrt{3}$

단답형

16. $a^4 - 8a^2 + 1 = 0$ 일 때, $a^4 + a^{-4}$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^3 - 2x)f(x)$$

라 하자. $f(2) = -3$, $f'(2) = 4$ 일 때, 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(2, g(2))$ 에서의 접선의 y 절편을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^7 (a_k + k) = 50, \quad \sum_{k=1}^7 (a_k + 2)^2 = 300$$

일 때, $\sum_{k=1}^7 (a_k)^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. x 에 대한 방정식

$$x^3 - \frac{3n}{2}x^2 + 7 = 0$$

의 1보다 큰 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [3점]

20. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t (t > 0)$ 에서의 가속도 $a(t)$ 가

$$a(t) = 3t^2 - 8t + 3$$

이다. 점 P가 시간 $t=1$ 과 시간 $t=\alpha (\alpha > 1)$ 에서 운동 방향을 바꿀 때, 시간 $t=1$ 에서 시간 $t=\alpha$ 까지 점 P가 움직인 거리는

$\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

21. 두 양수 a, b 에 대하여 함수

$$y = 3a \tan bx, \quad y = 2a \cos bx$$

의 그래프가 만나는 점 중에서 x 좌표가 0보다 크고 $\frac{5\pi}{2b}$ 보다

작은 세 점을 x 좌표가 작은 점부터 x 좌표의 크기순으로 A_1, A_2, A_3 이라 하자. 선분 A_1A_3 을 지름으로 하는 원이 점

A_2 를 지나고 이 원의 넓이가 π 일 때, $\left(\frac{a}{b\pi}\right)^2 = \frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

22. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = x|f(x)|$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 극한

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \left\{ \frac{g(t+h)}{h} \times \frac{g(t-h)}{h} \right\}$$

가 양의 실수로 수렴하는 실수 t 의 개수는 1이다.

(나) x 에 대한 방정식 $\{g(x)\}^2 + 4g(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

$g(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 3 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 이산확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

| | | | | |
|----------|-----|-----|-----|----|
| X | 2 | 4 | 6 | 합계 |
| $P(X=x)$ | a | a | b | 1 |

$E(X)=5$ 일 때, $b-a$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

24. 한 개의 주사위와 한 개의 동전이 있다. 이 주사위를 한 번 던져 나온 수만큼 반복하여 이 동전을 던질 때, 동전의 앞면이 나오는 횟수가 5일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{48}$ ② $\frac{1}{24}$ ③ $\frac{1}{16}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{5}{48}$

2

수학 영역(확률과 통계)

25. 다항식 $(ax+1)^7$ 의 전개식에서 x^5 의 계수와 x^3 의 계수가 서로 같을 때, x^2 의 계수는? (단, a 는 0이 아닌 상수이다.) [3점]

- ① 28 ② 35 ③ 42 ④ 49 ⑤ 56

26. 육군사관학교 모자 3개, 해군 사관학교 2개, 공군사관학교 모자 3개가 있다. 이 8개의 모자를 모두 일렬로 나열할 때, 양 끝에는 서로 다른 사관학교의 모자가 놓이도록 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 사관학교의 모자끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]



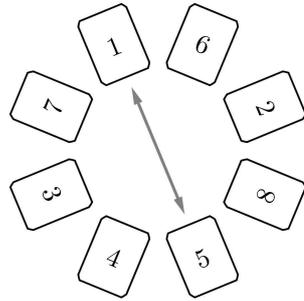
- ① 360 ② 380 ③ 400 ④ 420 ⑤ 440

27. 7개의 문자 a, b, c, d, e, f, g 를 모두 한 번씩 사용하여 왼쪽부터 오른쪽으로 임의로 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시킬 확률은? [3점]

- (가) a 와 b 는 이웃하고, a 와 c 는 이웃하지 않는다.
 (나) c 는 a 보다 왼쪽에 있다.

- ① $\frac{1}{42}$ ② $\frac{1}{21}$ ③ $\frac{1}{14}$ ④ $\frac{2}{21}$ ⑤ $\frac{5}{42}$

28. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8이 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가 있다. 이 8장의 카드를 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 한 장의 카드와 이 카드로부터 시계 방향으로 네 번째 위치에 놓여있는 카드는 서로 마주 보는 위치에 있다고 하자. 서로 마주 보는 위치에 있는 카드는 4쌍이 있다. 예를 들어 그림에서 숫자 1, 5가 적혀 있는 두 장의 카드는 서로 마주 보는 위치에 있고, 숫자 1, 4가 적혀 있는 두 장의 카드는 서로 마주 보는 위치에 있지 않다.



이 8의 카드를 일정한 간격을 두고 원형으로 임의로 배열하는 시행을 한다. 이 시행에서 서로 마주 보는 위치에 있는 두 장의 카드에 적혀 있는 두 수의 차가 모두 같을 때, 숫자 1이 적혀 있는 카드와 숫자 2가 적혀 있는 카드가 서로 이웃할 확률은? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{5}{18}$

| |
|------------|
| <p>답답형</p> |
|------------|

29. 어느 공장에서 생산하는 과자 1개의 무게는 평균 150g, 표준편차가 9g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산하는 과자 중에서 임의로 n 개를 택해 하나의 세트 상품을 만들 때, 세트 상품 1개에 속한 n 개의 과자의 무게 평균이 145g 이하인 경우 그 세트 상품은 불량품으로 처리한다. 이 공장에서 생산하는 세트 상품 중에서 임의로 택한 세트 상품 1개가 불량품일 확률이 0.07 이하가 되도록 하는 자연수 n 의 최솟값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 1.5) = 0.43$ 으로 계산한다.) [4점]

30. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의 연필 5자루와 같은 종류의 공책 5권을 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 연필을 받지 못하는 학생이 있을 수 있고, 공책을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [4점]

- | |
|---|
| <p>(가) 학생 A가 받는 연필의 개수는 4 이상이다. (나) 공책보다 연필을 더 많이 받는 학생은 1명뿐이다.</p> |
|---|

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.