

1. 정전기학

1.1 첫 번째 강의

1.1.1 전하

1강의 내용은 물리학2를 이수했거나 쿨롱 법칙을 아는 사람이라면 쉽게 이해할 수 있을 것임이다.

<기본적인 정의에 관한 내용들>

전하란 모든 전기적 현상의 근원이다.

고립된 시스템에서 총 전하량은 보존되며

모든 전하는 단위 전하, e 의 정수배이다.

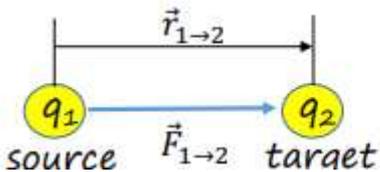
쌍소멸, 쌍생성 → 총 전하의 보존이다.

이런 기본적인 내용은 간단히 OX퀴즈를 해결할 정도로만 알아가고 다음 단원으로 넘어가도록 하자.

1.1.2 쿨롱 법칙

쿨롱 법칙이란 **두 전하 사이에 작용하는 힘**을 나타낸 식이다. 힘의 크기는 두 전하량의 곱에 비례하고 두 전하 사이의 거리 제곱에 반비례한다.

크기는 $F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ 이다. 하지만, 이 식은 방향에 대한 정보밖에 주지 못하기 때문에 다음과 같이 표기하기도 한다.



$$\vec{r}_{1 \rightarrow 2} = r_{12} \hat{r}_{1 \rightarrow 2}$$

r_{12} : 위치 1과 2사이의 거리
 $\hat{r}_{1 \rightarrow 2}$: 1에서 2 방향의 단위 벡터

$$F(r) = \frac{qq'(r-r')^3}{4\pi\epsilon_0 |r-r'|}$$

여기서,

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

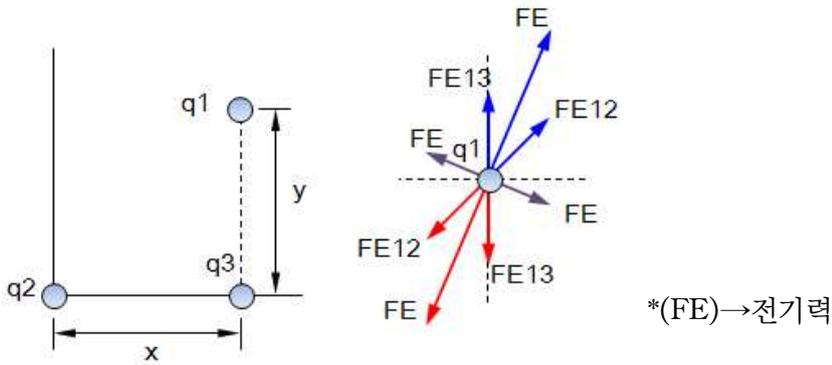
이다. \hat{r}_{12} → 두 지점 사이의 단위 벡터(미적분학의 내용을 떠올리자.)

$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$ → 전하 2가 1에 작용하는 힘과 전하 1이 2에 작용하는 힘의 크기는 같고 방향은 반대이다 (작용 반작용 법칙)

전기력은 중첩 가능하며, 벡터 연산이 가능하다.

1) ϵ_0 → (진공의 유전율) 진공이 전기장의 투과를 얼마나 잘 허용하는지에 대한 물리량이다.

다음과 같은 예시를 보도록 하자.



세 전하 q_1, q_2, q_3 이 xy 평면 위에 놓여있는 상황에서 q_1 에 작용하는 전기력을 고려해보도록 하자. q_1 과 q_2 사이의 전기력을 구하고, q_3 과 q_1 사이의 전기력을 구해서 두 벡터를 합하면 된다. (q_2 가 q_1 에게 작용하는 전기력)+(q_3 가 q_1 에게 작용하는 전기력) 인 것이다.

1.1.3 전기장 & 전기력

전기장 -> 단위 전하에 가해지는 전기력(쿨롱 힘)을 의미한다. 공간상의 위치에 영향을 받으므로 장(field)라고 부른다.

따라서 어떤 전하의 전하량의 q 이고, 그 전하가 받는 전기장을 E 라고 하면, 그 전하가 받는 전기력은 $F = qE$ 로 표현할 수 있다. 즉, $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ 이다.

단위는 N/C를 주로 사용한다.

마찬가지로 전기장은 전기력과 같이 쉽게 더할 수 있다. (중첩의 원리)

1.2 두 번째 강의

1.2.1 전하밀도

그야말로 단위 (길이/넓이/부피) 당 전하가 얼마나 분포되어있는지에 대한 물리량이다. 선전하밀도에서 직선의 길이를 곱하면 그 길이에 해당하는 전하를 구할 수 있으며, 면전하밀도에서 면적을 곱하면 그 면적에 해당하는 전하를 구할 수 있다.

가장 중요한 것은 각 차원에 대한 전하밀도는 그 차원에 해당하는 (길이/넓이/부피)를 곱해야 하는 것을 헛갈려하지 말자.

1.2.2 전하 분포에 따른 전기장의 계산

쿨롱 법칙과 전기장에 대한 기본 개념을 배웠으니, 다양한 물체가 만드는 전기장을 구하는 연습을 해보자.

일반물리에서 학생들이 가장 어려워 하는 것은 '개념을 아는데 식을 작성하는 것이 어려워요' 이다.

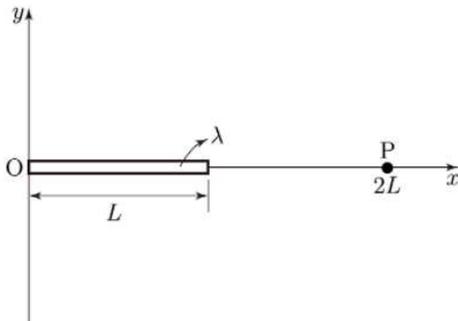
어떤 물체에 대한 전기장을 구할 때 다음과 같은 사실을 기억하자.

'물체를 작은 입자로 쪼개서 그 입자가 만드는 전기장을 다 더한다'

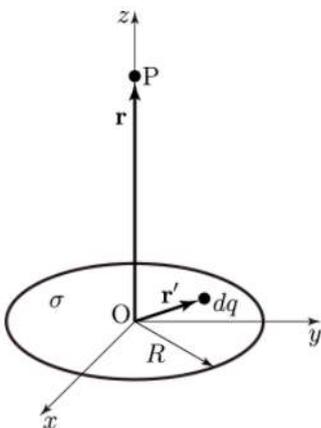
즉, ①적당히 물체를 쪼개 ② dQ (미소 전하) 에 대한 전기장 dE 를 구하여, ③ dE 의 합($\int dE$)를하면 된다.

각각의 부분들에 대해서는 연습문제를 통해서 익숙해져야 한다.

먼저 다음 상황에서 식을 어떻게 처리할지 미리 머릿속으로 생각하고 다음 장을 보도록 하자.



1-〈선전하밀도 $\lambda = \alpha(L-x)$ 로 대전된 막대가 놓여 있을 때 점 P에서의 전기장을 구하여라(α 는 상수)〉



2-〈점 P에서 전하 밀도 σ 로 대전된 원판이 만드는 전기장을 구하여라〉

<1번 해설>

대전된 “선” 이기 때문에 “선”으로 잘라야 한다.

①막대를 잘 쪼개서 각각의 전하가 일으키는 전기장을 모두 더하자.

아주 잘게 쪼갠 막대의 길이를 dx 라 하자.

②그러면 쪼갠 막대의 전하는 $dQ = \lambda dx = \alpha(L-x)dx$ 이다.

이제 그 전하가 일으키는 전기장 $dE = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0(2L-x)^2} = \frac{\alpha(L-x)dx}{4\pi\epsilon_0(2L-x)^2}$ 을 모두 더해보도록 하자.

③막대기는 $x=0$ 부터 $x=L$ 까지 있으므로 0부터 L 까지 dE 식을 적분해 주면 될 것이다.

$$\int_0^L dE = \int_0^L \frac{\alpha(L-x)}{4\pi\epsilon_0(2L-x)^2} dx = \frac{\alpha}{4\pi\epsilon_0} \left[\ln 2 - \frac{1}{2} \right] \text{이고, 방향은 } +x \text{ 방향이다.}$$

<정답> $E = \frac{\alpha}{4\pi\epsilon_0} \left[\ln 2 - \frac{1}{2} \right] \hat{i}$

<2번 해설>

대전된 “면” 이기 때문에 “면”으로 잘라야 합니다./전기장의 방향은 $+z$ 축 성분만 남는다는 걸 이해합시다.

①원판을 고리 모양으로 잘라보자.(고리로 자르는 이유는 고리의 어느 부분이든지 P와 같기 때문이다.) 각각의 고리의 길이는 $2\pi r$ 이 될 것이며, 잘게 자른 고리의 두께는 dr 이라고 하면 고리 면의 넓이는 $2\pi r dr$ 이 될 것이다.

②각 고리의 미소 전하 $dQ = \sigma 2\pi r dr$ 이다.

③이제 그 전하가 일으키는 전기장 $dE = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0(l^2+r^2)} = \frac{\sigma 2\pi r}{4\pi\epsilon_0(l^2+r^2)} dr$ (l : 점 P에서 원판의 중심까지의 거리)

이지만, 대칭성에 의해 x, y 성분은 전부 사라지고 z 축 성분만 남기 때문에 z 축에 대한 \cos 값 $\frac{l}{\sqrt{l^2+r^2}}$ 을 곱해 주

어야 합니다. 그러면 우리가 구하고자 하는 것은 $dE = \frac{\sigma 2\pi l r}{4\pi\epsilon_0(l^2+r^2)^{\frac{3}{2}}} dr$ 을 r 에 대해(0부터 R 까지)적분을 하면

되겠다. (적절히 치환적분을 이용하시기 바랍니다. 계산은 생략합니다.)

<정답> $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{(z/R)}{\sqrt{(z/R)^2+1}} \right)$ 이다. 여기서 z 가 0에 상당히 가까워진다면, $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ 에 근사할 것입니다. 이는

무한이 대전된 평면이 만드는 전기장의 세기와 일치합니다.