

제 2 교시

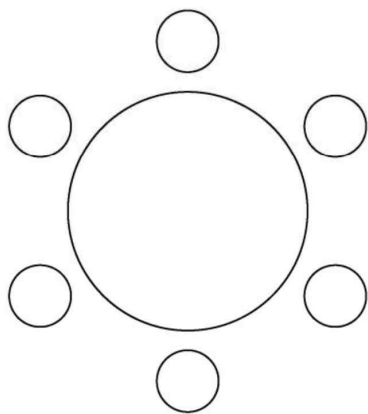
수학 영역

MENTOR

1. 세 학생 A, B, C를 포함한 6명의 학생이 있다. 이 6명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 둘러앉는 경우의 수를 구하시오.
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

- (가) A와 B는 이웃한다.
- (나) B와 C는 이웃하지 않는다.

[2022학년도 대학수학능력시험 수학 가형 26번 / 나형 15번]



1) A, B 이웃 : (A, B) C, D, E, F
 $\rightarrow 4! \times 2! = 48$
 (A, B)를 A, B 자리 바꿔는 경우 한 사람으로 간주하고 앉히기

2) A, B 이웃 and B, C 이웃
 i) (A B C) D, E, F $\rightarrow 3!$
 ii) (C B A) D, E, F $\rightarrow 3!$

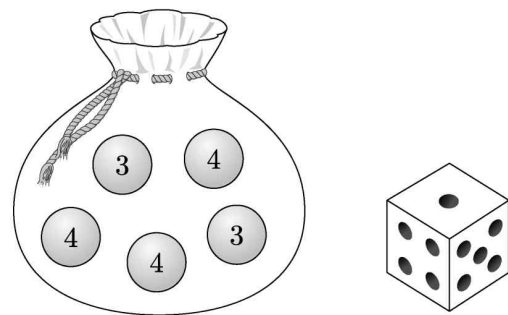
$\therefore 48 - 12 = 36$

2. 숫자 3, 3, 4, 4, 4가 하나씩 적힌 5개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 꺼낸 공에 적힌 수가 3이면 주사위를 3번 던져서 나오는 세 눈의 수의 합을 점수로 하고, 꺼낸 공에 적힌 수가 4이면 주사위를 4번 던져서 나오는 네 눈의 수의 합을 점수로 한다.

이 시행을 한 번 하여 얻은 점수가 10점일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[2021학년도 대학수학능력시험 수학 나형 29번 / 가형 19번]



1) 세 번 던져서 합 10
 $a_1 + a_2 + a_3 = 10$
 (6, 3, 1) $\rightarrow 3!$ (5, 3, 2) $\rightarrow 3!$
 (6, 2, 2) $\rightarrow 3$ (4, 4, 2) $\rightarrow 3$
 (5, 4, 1) $\rightarrow 3!$ (4, 3, 3) $\rightarrow 3$
 $\Rightarrow \frac{2}{6} \times \frac{21}{6^3}$

중복조합 사용

$a_1 + a_2 + a_3 = 10, a_n' = a_n - 1$
 $a_1' + a_2' + a_3' = 7, (0 \leq a_n' \leq 5)$
 $\rightarrow 3H_7 - 3 \times 3H_1$
 $a_n > 5$ 인 경우

2) 네 번 던져서 합 10

$b_1 + b_2 + b_3 + b_4 = 10 \Rightarrow \frac{3}{6} \times \frac{80}{6^4}$

- (6, 2, 2, 1) $\rightarrow \frac{4!}{2!}$
- (5, 3, 1, 1) $\rightarrow \frac{4!}{2!}$
- (5, 2, 2, 1) $\rightarrow \frac{4!}{2!}$
- (4, 4, 1, 1) $\rightarrow \frac{4!}{2!}$
- (4, 3, 2, 1) $\rightarrow 4!$
- (4, 2, 2, 2) $\rightarrow \frac{4!}{3!}$
- (3, 3, 3, 1) $\rightarrow \frac{4!}{3!}$
- (3, 3, 2, 2) $\rightarrow \frac{4!}{2!}$

중복조합 사용

$b_n' = b_n - 1$
 $b_1' + b_2' + b_3' + b_4' = 6, (0 \leq b_n' \leq 5)$
 $4H_6 - \frac{4!}{3!}$
 $a_n > 5$ 인 경우

$\therefore \frac{2}{6} \times \frac{21}{6^3} + \frac{3}{6} \times \frac{80}{6^4} = \frac{47}{540} \therefore \frac{507}{540}$

3. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 검은색 모자 6개와 흰색 모자 6개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색 모자끼리는 서로 구별하지 않는다.)

- (가) 각 학생은 1개 이상의 모자를 받는다.
- (나) 학생 A가 받는 검은색 모자의 개수는 4 이상이다.
- (다) 흰색 모자보다 검은색 모자를 더 많이 받는 학생은 A를 포함하여 2명뿐이다.

[2021학년도 대학수학능력시험 수학 가형 29번]

1) A가 검은색 모자 네개 받는 경우.

① 4, 2, 0, 0.

기 B, C, D 중 검은색 모자 2개 받을 사람 정하기 : $3C_1$

리 B가 검은색 모자 2개 받는다고 가정.

→ 흰색 모자 주는 경우의 수

C, D는 흰색 모자 한 개 이상 받아야 함. (:: (가).)

: 4H4

B가 흰색 모자 두개 이상 받는 경우 제외 (:: (다).)

: 4H2

A가 흰색 모자 네개 이상 받는 경우 제외 (:: (다).) : 4H0

$\therefore 3 \times (4H4 - 4H2 - 4H0) = 72$

② 4, 1, 1, 0

기 B, C, D 중 검은색 모자 안받을 사람 정하기 : $3C_1$

리 D가 검은색 모자 안받는다 가정.

→ B, C 중 (다) 조건 만족시킬 사람 정하기 : $2C_1$

나 B라고 가정 → B는 흰색 모자 받지 않음.

$\therefore 3H4 - 3H0$

$\therefore 3 \times 2 \times (3H4 - 3H0) = 54$ A가 4개 이상 받는 경우.

리 A가 검은색 모자 4개 받는 경우.

5, 1, 0, 0

기 B, C, D 중 검은색 모자 한개 받을 사람 정하기 : $3C_1$

리 B가 검은색 모자 한개 받는다고 가정

→ 흰색 모자 나눠주기 : 3H4

$3 \times 3H4 = 45$

$\therefore 201$

4. 확률변수 X는 평균이 8, 표준편차가 3인 정규분포를 따르고, 확률변수 Y는 평균이 m, 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다. 두 확률변수 X, Y가

$P(4 \leq X \leq 8) + P(Y \geq 8) = \frac{1}{2}$

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

을 만족시킬 때, $P\left(Y \leq 8 + \frac{2\sigma}{3}\right)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

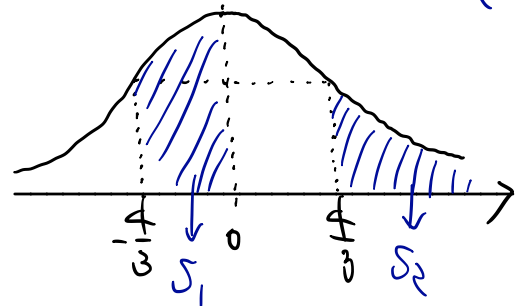
[2021학년도 대학수학능력시험 수학 가형 12번 / 나형 19번]

① 0.8351 ② 0.8413 ③ 0.9332

④ 0.9772 ⑤ 0.9938

$Z_1 = \frac{X-8}{3}$ $Z_2 = \frac{Y-m}{\sigma}$

$P\left(-\frac{4}{3} \leq Z_1 \leq 0\right) + P\left(Z_2 \geq \frac{8-m}{\sigma}\right) = \frac{1}{2}$



$\therefore \frac{8-m}{\sigma} = \frac{4}{3}$

$P\left(Y \leq 8 + \frac{2\sigma}{3}\right) = P\left(Z_2 \leq \frac{8 + \frac{2\sigma}{3} - m}{\sigma}\right)$
 $= P\left(Z_2 \leq \frac{8-m}{\sigma} + \frac{2}{3}\right)$
 $= P(Z \leq 2)$

$\therefore 0.9772$

5. 좌표평면의 원점에 점 P가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가
 2 이하이면 점 P를 x 축의 양의 방향으로 3만큼,
 3 이상이면 점 P를 y 축의 양의 방향으로 1만큼
 이동시킨다.

이 시행을 15번 반복하여 이동된 점 P와 직선 $3x+4y=0$ 사이의 거리를 확률변수 X 라 하자. $E(X)$ 의 값은?

[2021학년도 대학수학능력시험 수학 가형 17번]

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

sol 1) 2 이하가 나온 횟수 Y

$P(3Y, 15-Y)$

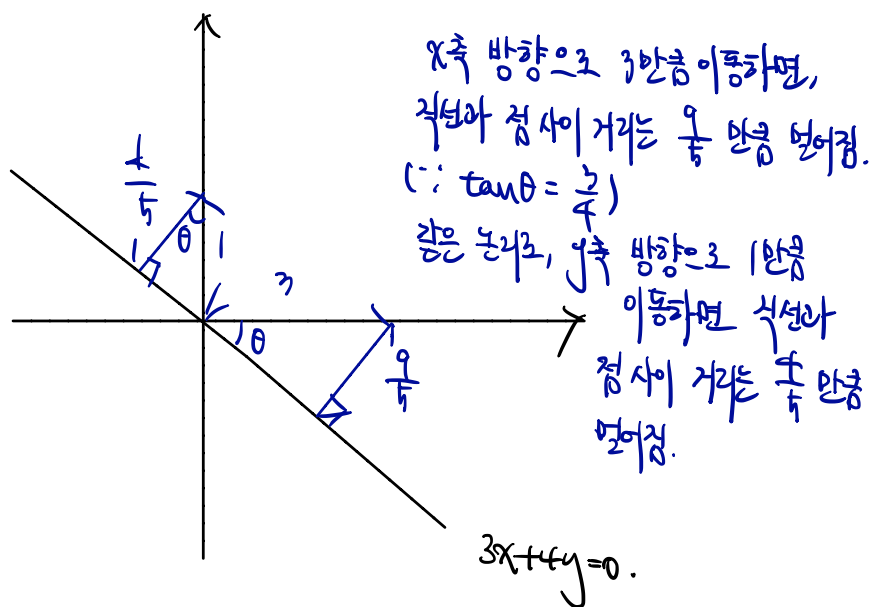
$3x+4y=0$, 점 P 사이의 거리 = x

$\therefore \frac{|3 \times 3Y + 4 \times (15-Y)|}{\sqrt{3^2+4^2}} = Y+12$

$Y \sim B(15, \frac{1}{6}) \therefore E(Y) = 5$

$E(X) = E(Y+12) = E(Y) + 12 = 17 \therefore 17$

sol 2)



2 이하가 나온 횟수 = Y

$X = \frac{9}{5}Y + \frac{4}{5}(15-Y) = 12 + Y$

$Y \sim B(15, \frac{1}{6}) \therefore E(Y) = 5$

$E(X) = E(Y+12) = 17 \therefore 17$