

2021학년도 설바이벌 S 문제지

수학 영역 (가형)

성명	
----	--

수험번호						-			
------	--	--	--	--	--	---	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰십시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정확히 기재하십시오.

여러분과 함께 성장하는 우주설

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 정답에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점, 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.
- 문제에 관한 저작권은 로물콘 카페 수학 스태프 우주설 (정재민)에게 있습니다.

우주설모의평가

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. $\log_2 5 \times \log_3 8 \times \log_5 3$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

2. 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{3}\right)$ 를 따르는 확률변수 X 에 대하여

$V\left(\frac{1}{2}X + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$ 일 때, n 의 값은? [2점]

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

3. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A^c) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{3}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? (단, A^c 는 A 의 여사건이다.) [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

4. 서로 다른 두 실수 a, b 에 대하여 $a, 2, b$ 는 순서대로 등차수열을 이루고, $2, |a|, |b|$ 는 순서대로 등비수열을 이룰 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? [3점]

- ① 65 ② 68 ③ 73 ④ 74 ⑤ 80

5. 함수 $f(x) = 2^x - 2^{\frac{x}{2}} + 1$ 는 $x = a$ 에서 최솟값 b 를 갖는다.
 $a + b$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{9}{4}$ ② -2 ③ $-\frac{7}{4}$ ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ $-\frac{5}{4}$

6. 다항식 $f(x) = (x^3 + 1)\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^4$ 의 전개식에서 x^5 의 계수는?
 [3점]

- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

7. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n^2 - 4na_n + 4n^2 - 4 < 0$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 함수 $f(x) = a \sin bx + b$ 의 그래프의 주기는 a 이고, $f(x)$ 는 최댓값 4를 갖는다. $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 양의 상수이다.)

[3점]

- ① $16 - 4\pi$ ② $16 - 2\pi$ ③ $12 - 4\pi$
 ④ $12 - 2\pi$ ⑤ $12 - \pi$

9. 삼각형 ABC의 세 각 $\angle A, \angle B, \angle C$ 에 대하여 $\sin A : \sin B : \sin C = 4 : 5 : 6$

일 때, $\cos B$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{9}{16}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{11}{16}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

10. 자연수 n 이 $2 \leq n \leq 10$ 일 때,

$$|n-6|-2$$

의 n 제곱근 중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n 의 값의 합은? [3점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

11. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$(x^2 - x)f(x) = \sin(n\pi x)$$

를 만족시킬 때, $f(0) + f(1)$ 의 값을 $g(n)$ 이라 하자.

$\sum_{n=1}^m g(n) = -18\pi$ 를 만족시키는 자연수 m 의 값의 합은? [3점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

12. $\int_0^{\ln 2} \frac{2}{e^x + 1} dx = a$ 일 때, e^a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{10}{9}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{14}{9}$ ④ $\frac{16}{9}$ ⑤ 2

13. 초항이 1이고 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n k \times a_k$$

의 일반항을 구하는 과정이다.

$\sum_{k=1}^n a_k = S_n$ 이라 하면, $S_n = \frac{1-r^{n+1}}{1-r}$ 이다.

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n S_k &= \frac{[가]}{1-r} - \frac{1}{1-r} \sum_{k=1}^n r^k \\ &= \frac{[가]}{1-r} - \frac{r(1-r^n)}{(1-r)^2} \end{aligned}$$

한편, $\sum_{k=1}^n S_k = \sum_{k=1}^n (n + [나])a_k$ 이므로

$$\frac{n}{1-r} - \frac{r(1-r^n)}{(1-r)^2} = (n+1)S_n - \sum_{k=1}^n k \times a_k$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n k \times a_k &= (n+1) \frac{(1-r^{n+1})}{1-r} - \frac{n}{1-r} + \frac{r(1-r^n)}{(1-r)^2} \\ &= \frac{1-(n+1)r^{n+1} + nr^{n+1}}{(1-r)^2} \end{aligned}$$

이다.

위의 (가) (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(k)$ 라 할 때, $f(11)+g(8)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

14. 닫힌구간 $[0, 4]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = 4e^{x-2} - e^{2-x} - 4x$$

의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [4점]

- ① $3e^2 + \frac{3}{e^2} - 16$ ② $3e^2 + \frac{3}{e^2} - 12$ ③ $3e + \frac{3}{e} - 12$
 ④ $3e + \frac{3}{e} - 8$ ⑤ $3e + \frac{3}{e} - 4$

6

수학 영역(가형)

15. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 A 에서 B 로의 모든 함수 f 의 개수는?
[4점]

(가) 집합 A 의 서로 다른 임의의 두 원소 a_m, a_n 에 대하여

$$\frac{f(a_m) - f(a_n)}{a_m - a_n} \geq 0$$
이다.
 (나) 함수 f 의 치역 중 1 또는 8이 존재한다.

- ① 188 ② 192 ③ 196 ④ 200 ⑤ 204

16. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$

$$b_n = \{2 + (-1)^n\}a_n$$

를 만족시킬 때, 어떤 홀수 k 에 대하여 $\frac{\sum_{n=1}^k a_n}{k} = \frac{19}{37}$ 일 때,
 $\sum_{n=1}^k b_n$

k 의 값은? [4점]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

17. 1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 10장의 카드에서 임의로 한 장의 카드를 뽑는 시행을 할 때, 짝수가 적혀 있는 카드를 뽑는 사건을 A 라 하자. 이 시행에서 나오는 사건 B 가 다음 조건을 만족시킬 때, 가능한 모든 사건 B 의 개수는? [4점]

(가) 두 사건 A 와 B 는 독립 또는 배반이다.
 (나) $1 \leq n(B) \leq 4$

- ① 151 ② 153 ③ 155 ④ 157 ⑤ 159

18. $0 < t < \frac{\pi}{2}$ 인 상수 t 에 대하여 연속함수 $y = f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} e^x(\sin x + \cos x) & (x \leq t) \\ e^x(\sin x - \cos x) + a & (x > t) \end{cases}$$

이다. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h+|h|) - f(t-4h)}{h} = b$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② $\frac{17}{2}$ ③ 9 ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ 10

19. 실수 전체집합에서 정의된 연속확률변수 X 는 평균이 m 이고 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다. 함수 $f(t)$ 를

$$f(t) = P(X \leq t) + P(X \geq t + 6)$$

로 정의할 때, 함수 $f(t)$ 는 최솟값 0.3174를 갖는다. 다음 조건을 만족시키는 m 의 최솟값을 α , 최댓값을 β 라 할 때, $\alpha + \beta + \sigma$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 통해 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

$$f(10) \leq f(12) \leq 0.5228$$

- ① 27 ② 28 ③ 29 ④ 30 ⑤ 31

20. 함수 $y=f(x)$ 위의 점 (x, y) 를 매개변수 t 로 나타내면

$$x = g(t), \quad y = g'(t) \quad (\text{단, } t \leq 1)$$

이다. $\ln g(x) = \frac{x}{e^x + 1}$ 이고, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - a}{x - a} = b$ 일 때,

$g(k) = a$ 를 만족시키는 상수 k 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $e^k + 1 = -k$

ㄴ. $f(a) = \frac{1}{e}$

ㄷ. $b = -\frac{1}{k}$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 100이하의 자연수 m 의 개수를 수열 $\{a_n\}$ 이라 하자.

방정식 $\sin\left(\frac{9n}{2}x\right) = \sin\left(\frac{n}{2}x\right)$ 의 임의의 실근 x 에 대하여

$$\tan\left(\left(\frac{9n}{2} + m\right)x\right) = \tan\left(\frac{9n}{2}x\right)$$

이다.

$a_n = 1$ 을 만족시키는 n 의 최솟값 k 에 대하여 $\sum_{n=1}^k a_n$ 의 값은? [4점]

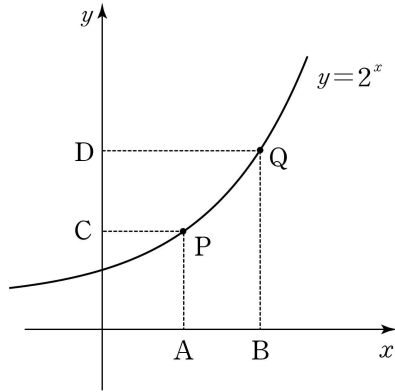
- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

단답형

22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{k}{n(n+2)} = 6$ 일 때, k 의 값을 구하시오. [3점]

23. 검은 공 4개, 흰 공 4개, 회색 공 4개가 들어있는 주머니에서 5개의 공을 꺼내는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색의 공끼리는 구별하지 않는다.) [3점]

24. 그림과 같이 함수 $y=2^x$ 위의 점 $P(a, 2^a), Q(a+2, 2^{a+2})$ 에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B라하고, y 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. 사각형 ABQP와 사각형 CDQP의 넓이가 같을 때, $12a$ 의 값을 구하시오. [3점]



25. 무한수열 $\left\{ (x-1) \left(-\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{7}{2} \right)^{n-1} \right\}$ 이 수렴하도록 하는 모든 자연수 x 의 합을 구하시오. [3점]

26. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_1 + 2a_2 + 2^2a_3 + \dots + 2^{n-1}a_n = \frac{15}{2} - 5n$$

를 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi}{2} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

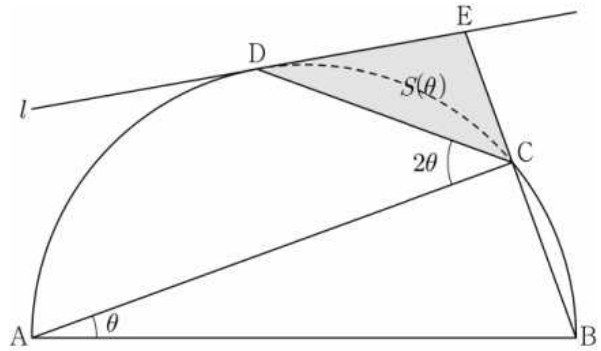
27. 주사위를 5번 던져서 나온 눈의 수를 모두 곱하여 나온 수가 3의 배수이지만 4의 배수는 아닐 확률은 $\frac{p}{6^5}$ 이다. p 의 값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 반원위의 두 점 C, D를 각각

$$\angle BAC = \theta, \angle ACD = 2\theta$$

가 되도록 잡는다. 점 D에서 이 반원에 접하는 직선 l 에 대하여 직선 l 과 직선 BC이 만나는 점을 E라 할 때, 삼각형 CDE의

넓이를 $S(\theta)$ 라 하자, $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{6}^-} \frac{S(\theta)}{\left(\frac{\pi}{6} - \theta\right)^3}$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 같은 종류의 주사위 3개를 동시에 굴려 나온 눈의 수를 각각 a, b, c ($a \geq b \geq c$) 라 할 때, $(-1)^{ab} + (-1)^{bc} + (-1)^{ca}$ 의 값을 기록하는 시행을 반복하자. 8번의 시행을 하는 동안 기록된 모든 값들의 합을 확률변수 X 라 할 때, $E(X^2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $f'(x) \geq 0$ 이고 $x \geq 0$ 에서

$$f(x) = ax + \sin(x+b)$$

이다. 함수 $g(x) = (f \circ f)(x)$ 가 양수 c 에 대하여

$$\{g(x)\}^2 \leq g(x) \times |x| \quad (x \leq c)$$

를 만족시킬 때, $g'(\pi) \times \{f(-2) + f(c)\}$ 의 최댓값은 $k\pi$ 이다. k 의 값을 구하시오. (단, $0 < b < 2\pi$) [4점]

2021학년도 우주설 모의평가

설바이별 S

발행일 : 2020년 11월 7일

지은이 : 우주설(정재민)

본 모의평가에 대한 저작권은 **로물콘 카페 수학 스텝 우주설 (정재민)**에게 있으며, 저작권자의 허락 없이 전부 또는 일부를 영리적 목적으로 사용하거나 무단복제/2차적 저작물 작성 등으로 이용하는 일체의 행위는 정보통신망 이용촉진 및 정보보호, 저작권 관련 법률에 따라 금지되어 있으며 처벌받을 수 있습니다.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.