

제 2 교시

수학 영역(나형)

홀수형

수학 II

1. 자연수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & (x \text{는 짝수}) \\ 2x & (x \text{는 홀수}) \end{cases}$$

일 때, 모든 자연수 n 에 대하여 방정식 $(f \circ f)(x) = n$ 의
 해의 개수를 a_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{50} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

2. 명제

‘정수가 아닌 어떤 유리수 x 에 대하여 \square 이다.’

에서 \square 안에 들어갈 조건을 넣었을 때, <보기>에서 참이
 되는 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. x^2 은 정수이다.
- ㄴ. $\log x$ 는 유리수이다.
- ㄷ. 2^x 는 유리수이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

3. 집합 A_n 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$A_1 = \emptyset, \quad A_{n+1} = \{A_n\} \cup A_n$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $A_3 = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

ㄴ. $A_{2015} \subset A_{2017}$

ㄷ. 2017보다 작은 모든 자연수 k 에 대하여 $A_k \in A_{2017}$ 이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

4. 공차가 1인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을

$$b_n = a_1 \times a_2 \times a_3 \times \cdots \times a_n$$

이라 하자.

$$|b_{k+1}| < |b_k|$$

가 오직 $k=14$ 에서만 성립할 때, $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① -15 ② 0 ③ 15 ④ 30 ⑤ 45

5. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=2$ 이고,

$$(2na_n - 1)(2na_{n+1} - 1) = 1 \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하는 과정의 일부이다.

주어진 식 $(2na_n - 1)(2na_{n+1} - 1) = 1$ 의 좌변을 전개하면

$$4n^2 a_n a_{n+1} - 2n(a_n + a_{n+1}) + 1 = 1 \quad (n \geq 1)$$

이고, 이 식을 정리하면,

$$\frac{1}{a_n} + \frac{1}{a_{n+1}} = 2n \quad (n \geq 1)$$

이다. 따라서, 모든 자연수 n 에 대하여

$$\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}\right) + \left(\frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{a_{2n-1}} + \frac{1}{a_{2n}}\right) = 2n^2$$

이고,

$$\frac{1}{a_1} + \left(\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3}\right) + \dots + \left(\frac{1}{a_{2n}} + \frac{1}{a_{2n+1}}\right) = \boxed{\text{(가)}}$$

이다.

따라서,

$$\frac{1}{a_{2n+1}} = \boxed{\text{(가)}} - 2n^2 \text{ 이고, } \frac{1}{a_{2n}} = \boxed{\text{(나)}} \text{ 이다.}$$

⋮

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(7)+g(13)$ 의 값은? [3점]

- ① 130 ② 132 ③ 134 ④ 136 ⑤ 138

6. 친밀도 C 와 시의성 T 에 의하여 결정되는 커뮤니티 서비스 이용자의 옛지랭크를 E 라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$9E^2 = C^3 \times (\log_3 T + 1)$$

친밀도가 3, 시의성이 T_1 인 이용자의 옛지랭크를 E_1 , 친밀도가 6, 시의성이 T_2 인 이용자의 옛지랭크를 E_2 라 하자.

$\frac{T_1}{T_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{1}{3}$ 일 때, T_1 의 값은? [4점]

- ① 3^5 ② 3^6 ③ 3^7 ④ 3^8 ⑤ 3^9

7. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 수열 $\{a_n + b_n\}$ 은 등차수열이다.
 (나) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} + b_n = 2$ 이다.
 (다) $a_3 + b_6 = 16$

$\sum_{n=1}^8 (a_n + b_n)$ 의 값을 구하시오. [4점]

8. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 7$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 1 & (a_n \geq 0) \\ a_n + k & (a_n < 0) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_{16} = a_{23}$ 일 때, $\sum_{n=1}^{20} a_n$ 의 값을 구하시오.

(단, k 는 자연수이다.) [4점]

9. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 에 대하여

$$a_1 = 2, \quad S_9 = 54$$

일 때, S_8 의 값은? [3점]

- ① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

10. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 은 $a_1 = 3, b_1 = 2$ 이고,

$$\begin{cases} a_{n+1} = 3a_n + 2b_n + 1 \\ b_{n+1} = 2a_n + 3b_n - 1 \end{cases}$$

을 만족시킨다. 다음은 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 의 일반항을 구하는 과정이다.

주어진 두 점화식을 더한 후 정리하면,

$$a_{n+1} + b_{n+1} = 5(a_n + b_n)$$

이고, $a_1 + b_1 = 5$ 이다. 따라서, $a_n + b_n = \boxed{\text{가}}$ 이다.

주어진 두 점화식을 빼 후 정리하면,

$$a_{n+1} - b_{n+1} = a_n - b_n + 2$$

이고, $a_1 - b_1 = 1$ 이다. 따라서, $a_n - b_n = \boxed{\text{나}}$ 이다.

그러므로,

$$a_n = \frac{\boxed{\text{가}} + \boxed{\text{나}}}{2}, \quad b_n = \frac{\boxed{\text{가}} - \boxed{\text{나}}}{2}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $f(8) \times g(13)$ 의 값은? [4점]

- ① 5^{10} ② 5^{11} ③ 5^{12} ④ 5^{13} ⑤ 5^{14}

11. 세 집합 A, B, C 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
 ㄴ. $A \subset B \cap C$ 이면 $A \subset B$ 이고 $A \subset C$ 이다.
 ㄷ. $A \subset B \cup C$ 이면 $A \subset B$ 또는 $A \subset C$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 자연수 m 에 대하여 $f(m)$ 를 m 의 각 자리수의 합이라 하자.

수열 $\{a_n\}$ 을 $1 \leq k \leq n$ 인 모든 자연수 k 에 대하여 $f(k)$ 의

최댓값이라 하자. 예를 들어, $a_{10} = 9$ 이다. $\sum_{n=1}^{40} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 350 ② 360 ③ 370 ④ 380 ⑤ 390

13. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $a_{12} - a_1 = 1$
- (나) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} = \sqrt{2}a_n$ 이다.

$\sum_{n=1}^{10} (a_{2n} - a_n)$ 의 값을 구하시오. [4점]

14. 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 4, \quad \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_4} = 1$$

일 때, $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4$ 의 값을 구하시오. [4점]

15. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_4 + a_7 = \frac{3}{2}, \quad a_5 a_6 = \frac{4}{3}$$

를 만족시킨다. 수열 $\{a_n a_{n+1} a_{n+2}\}$ 이 등차수열일 때,

$$\sum_{n=1}^8 a_n a_{n+1} a_{n+2} \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$

16. $1 \leq m < 10$, $1 \leq n < 10$ 인 두 자연수 m , n 에 대하여

두 곡선 $y = \frac{2}{x} + m$ 과 $y = \sqrt{x-n} + n$ 이 한 점에서만 만나도록

하는 순서쌍 (m, n) 의 개수를 구하시오. [4점]

17. 자연수 n 에 대하여 두 부등식

$$0 < (x-n)(y-1) \leq n+5, \quad y \geq \sqrt{x+n}$$

을 모두 만족시키는 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 a_n 이라 하자. 예를 들어, $a_1 = 8$ 이다. $\sum_{n=1}^{15} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

18. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는

모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 a_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{12} a_n$ 의 값을

구하시오. [4점]

(가) 세 점 $A(t, 2^t), B(t, 0), C(t, -t)$ 에 대하여

$$f(t) = \overline{AB}, g(t) = \overline{AC} \text{라 할 때, } f(a) - f(b) \leq g(n) \text{이다.}$$

(나) a, b 는 자연수이고 $a > b$ 이다.

19. 자연수 m 과 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_k \leq m < a_{k+1}$$

이 성립하는 k 의 값을 b_m 이라 하자. $a_1 = 1$, $b_7 = 3$ 일 때, b_{20} 의 값이 될 수 있는 모든 자연수의 합을 구하시오. [4점]

20. A 마을은 정기적으로 축제를 열고 있다. 주변 마을에서 A 마을에 축제를 보러 오는 여행자의 인구밀도 T 와 여행자의 마을에서 A 마을까지의 거리 $d(\text{km})$ 는 다음 식을 만족시킨다.

$$\log T = 4.6 - k \log_2(5d+1) \quad (\text{단, } k \text{는 상수이다.})$$

A 마을에서 3(km) 떨어진 마을에서 A 마을에 축제를 보러 오는 여행자의 인구밀도를 T_1 , A 마을에서 6.2(km) 떨어진 마을에서 A 마을에 축제를 보러 오는 여행자의 인구밀도를 T_2 라 할 때, $T_2 = (T_1)^2$ 이다. $30k$ 의 값을 구하시오. [3점]

21. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 점 $A_n(n, n)$ 을 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=x^2$ ($x \geq 0$)와 만나는 점을 P_n 라 하고, 점 $A_n(n, n)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y=\sqrt{x}$ 와 만나는 점을 Q_n 라 하자. 선분 A_nP_n 과 선분 A_nQ_n 위의 점 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수를 a_n 이라 하자. $\sum_{n=2}^{25} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 집합 X 에 대하여 집합 X 의 모든 부분집합의 개수를 $f(X)$ 라 하자. 두 집합 A, B 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\frac{f(A)f(B)}{f(A \cup B)} = 1$ 이면 $A \cap B = \emptyset$ 이다.

ㄴ. $\frac{f(A)+f(B)}{f(A \cap B)} = 2$ 이면 $A = B$ 이다.

ㄷ. $\frac{f(A)+f(B)}{f(A \cup B)} = 1$ 이면 $\frac{f(A \cup B)}{f(A \cap B)} = 4$ 이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

23. $a_1 = -3$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 $2a_n + a_{n+3} = 0$ 을 만족시킨다.

$\sum_{k=16}^{18} a_k = 0$ 일 때, $\sum_{k=20}^{30} a_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

24. 자연수 n 에 대하여

$$n - a \leq a \leq 2^{n-a}$$

를 만족시키는 자연수 a 의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때,
 $f(2) \times f(12) \times f(19)$ 의 값을 구하시오. [4점]

미적분 I

25. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6^n a_n + 3^{n+1}}{3^n + 2^n a_n} = 6$$

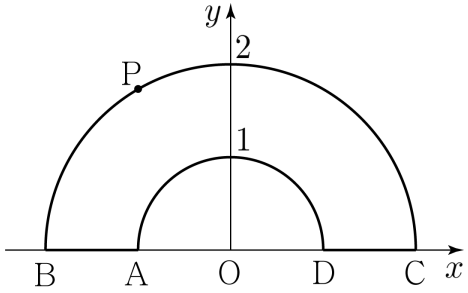
일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{3}\right)^n a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

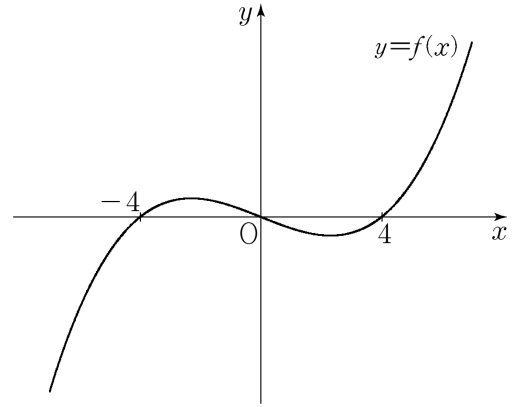
26. 곡선 $y = 2x^3 + ax^2 - (2a+1)x + a$ 는 a 의 값에 관계없이 항상 일정한 점 P 를 지난다. 이 곡선 위의 점 P 에서의 접선이 점 $(0, b)$ 를 지날 때, b 의 값은? [4점]

- ① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

27. 그림과 같이 좌표평면에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1, 2인 두 반원이 있다. 점 P가 두 반원과 선분 AB, 선분 CD로 둘러싸인 도형의 둘레를 따라 점 A를 출발하여 A→B→C→D→A의 순서로 매초 1의 속도로 움직인다. 점 P가 점 A를 출발하여 t초 후에 선분 OP의 길이를 f(t)라 할 때, $\int_0^{3\pi+2} f(t)dt = p\pi + q$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p, q는 정수이다.) [4점]



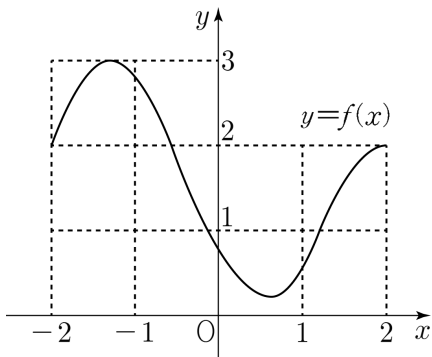
28. 삼차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



x에 대한 방정식 $\int_a^x f(t)dt = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 4가 되도록 하는 정수 a의 개수는? [4점]

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

29. 열린 구간 $(-2, 2)$ 에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



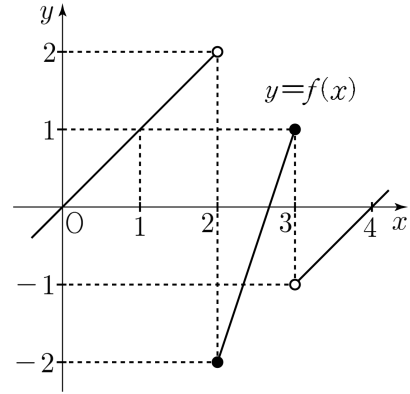
함수 $g(x) = xf(x)$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $g(0) < g'(0)$
- ㄴ. 함수 $g(x)$ 는 열린 구간 $(-1, 0)$ 에서 증가한다.
- ㄷ. $g'(c) = 2$ 인 c 가 적어도 2개 존재한다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

30. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x+4)$ 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(-x) = -1$
- ㄴ. $\{f(x)\}^2$ 은 $x = 2$ 에서 연속이다.
- ㄷ. $f(x)f(1-x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

31. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 $g(t)$ 를 $f(t)$ 와 $f(t+2)$ 중 크지 않은 값이라 하자. 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) $g(t)$ 는 $t=2, t=4$ 에서만 극솟값을 갖는다.
 (나) $g'(-2)=0$

32. 최고차항의 계수가 1인 두 사차함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x)=g(x)$ 를 만족시키는 x 의 값은 $-2, 0, 1$ 이다.
 (나) $\int_0^2 f(x)dx = -\int_0^2 g(x)dx = 4$

두 곡선 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S 라 하자. $20S$ 의 값을 구하시오. [4점]

33. 함수

$$f(x) = x^3 + ax^2 + a|x^2 - 9|$$

의 극값이 존재하지 않도록 하는 모든 정수 a 의 개수는? [4점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

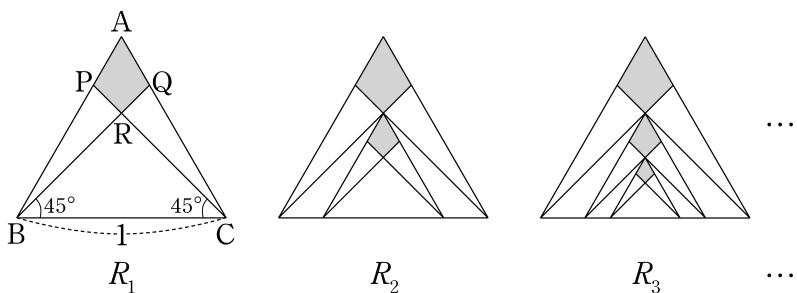
34. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_n = (-1)^{n+1} \left(\log \frac{n+4}{n} \right) \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a$ 이다. 10^a 의 값은? [4점]

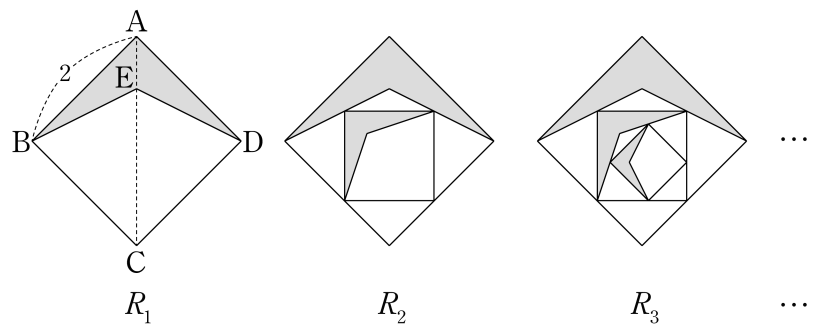
- ① $\frac{5}{3}$
- ② $\frac{8}{3}$
- ③ $\frac{11}{3}$
- ④ $\frac{14}{3}$
- ⑤ $\frac{17}{3}$

35. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC에 대하여 $\angle BCP = 45^\circ$ 를 만족시키는 선분 AB 위의 점 P와 $\angle CBQ = 45^\circ$ 를 만족시키는 선분 AC 위의 점 Q가 있다. 선분 BQ와 선분 CP가 만나는 점을 R이라 할 때, 사각형 APRQ를 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 선분 BC 위의 두 점과 점 R을 꼭짓점으로 하는 정삼각형에 대하여 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 사각형을 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 그림 R_2 에서 선분 BC 위의 두 점과 그림 R_2 에서 얻은 사각형의 꼭짓점 중 선분 BC와 가장 가까운 점을 꼭짓점으로 하는 정삼각형에 대하여 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 사각형을 색칠하여 얻은 그림을 R_3 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{9\sqrt{3}-15}{8}$ ② $\frac{10\sqrt{3}-15}{8}$ ③ $\frac{12\sqrt{3}-15}{8}$
- ④ $\frac{9\sqrt{3}-15}{4}$ ⑤ $\frac{12\sqrt{3}-15}{4}$

36. 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD가 있다. 선분 AC를 1:3으로 내분하는 점을 E라 할 때, 사각형 ABED에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 사각형 BCDE에 내접하고 각 변이 정사각형 ABCD의 한 대각선과 평행한 정사각형에 대하여 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 사각형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 그림 R_2 에서 만들어지는 작은 정사각형의 내부에서 색칠하지 않은 부분에 내접하는 정사각형에 대하여 그림 R_2 를 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 사각형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{49}{31}$ ② $\frac{51}{31}$ ③ $\frac{53}{31}$ ④ $\frac{55}{31}$ ⑤ $\frac{57}{31}$

37. 좌표평면에서 두 원

$$C_1: x^2 + y^2 = 1, \quad C_2: (x-8)^2 + (y-6)^2 = 1$$

에 대하여 원 C_1 은 y 축의 방향으로 매초 1의 속도로
 평행이동하고, 원 C_2 는 x 축의 방향으로 매초 -1 의 속도로
 평행이동할 때, t 초 후 두 원 C_1 과 C_2 가 만나서 생기는 교점의
 개수를 $f(t)$ 라 하자. $f(t)$ 가 $t=a$ 에서 불연속이 되도록 하는
 모든 a 의 값의 곱은? (단, $0 \leq t \leq 10$ 이다.) [3점]

- ① 6 ② 12 ③ 20 ④ 24 ⑤ 48

38. 삼차함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) - f(2)}{x^2} = -6$ 을 만족시킬 때,
 $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

39. 삼차함수 $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = \begin{cases} x & (x \neq -1, x \neq 0) \\ 1 & (x = -1, x = 0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $\frac{f(x)}{g(x)}$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때,

$\frac{f(8)}{f(3)}$ 의 값을 구하시오. [4점]

40. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ 0 < f(1) < f(1) - f(2)$$

(나) 열린 구간 $(-\infty, 0)$ 에서 $f(x) < 0$ 이다.

방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수의 최솟값은? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

41. 두 자연수 a, b 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^{n+1} + b^n}{5^{n-1} + 3^n} = 5$ 일 때, $a+b$ 의

최댓값은? [3점]

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

42. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & (x < a) \\ (x-2)^2 & (x \geq a) \end{cases}$$

에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x+1)}{f(x)}$ 이 존재하도록 하는 모든 실수 a 의
 값의 합을 구하시오. [4점]

43. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{S_n + S_k} - n) = 8$$

일 때, a_k 의 값을 구하시오. (단, k 는 상수이다.) [4점]

44. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 다음 표는 x 의 값에 따른 $f'(x)$ 의 변화 중 일부를 나타낸 것이다.

x	$x < 0$	$x = 0$	$0 < x < k$...	$x = 1$
$f'(x)$	-	0	-	...	1

곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = f(0)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?
(단, k 는 $0 < k < 1$ 인 상수이고, -는 음의 부호이다.) [4점]

- ① $\frac{1}{30}$ ② $\frac{1}{20}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

45. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(1)}{x^3 - x} = 2$ 일 때,

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x^3 - x}$ 의 값은? [4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

46. 삼각형 $A_1B_1C_1$ 에서 $\overline{A_1C_1} = \overline{B_1C_1} = 1$, $\angle A_1C_1B_1 = 90^\circ$ 이다.



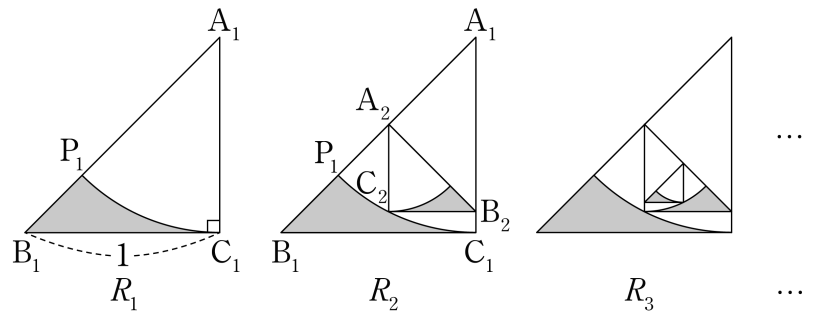
그림과 같이 중심이 A_1 , 반지름의 길이가 $\overline{A_1C_1}$ 이고 중심각의 크기가 45° 인 부채꼴 $A_1C_1P_1$ 을 그린다. 부채꼴 $A_1C_1P_1$ 의 호 C_1P_1 과 선분 B_1C_1 , 선분 B_1P_1 로 둘러싸인 부분인  모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 A_1P_1 위의 점 A_2 , 선분 A_1C_1 위의 점 B_2 , 호 C_1P_1 위의 점 C_2 에 대하여 선분 A_2B_2 가 선분 A_1B_1 에 수직이고 $\overline{A_2C_2} = \overline{B_2C_2}$, $\angle A_2C_2B_2 = 90^\circ$ 가 되도록 삼각형 $A_2B_2C_2$ 를 그리고, 삼각형 $A_2B_2C_2$ 에서 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는  모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{5}{4} \left(\frac{1}{2} - \frac{\pi}{8} \right)$ ② $\frac{4}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{\pi}{8} \right)$ ③ $\frac{7}{5} \left(\frac{1}{2} - \frac{\pi}{8} \right)$
 ④ $\frac{3}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{\pi}{8} \right)$ ⑤ $\frac{5}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{\pi}{8} \right)$

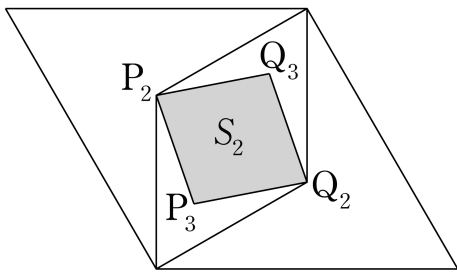
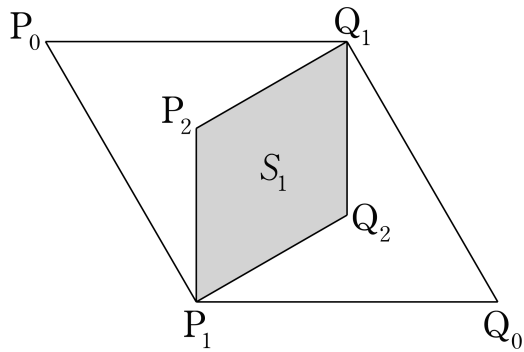
47. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n^2}}{2^n}$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{6}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

48. 곡선 $y=x^3+x$ 와 두 직선 $x=-1$, $y=2$ 로 둘러싸인
부분의 넓이는? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

49. 한 변의 길이가 1이고 $\angle P_0 = 60^\circ$ 인 마름모 $P_0P_1Q_0Q_1$ 이 있다. 그림과 같이 마름모 $P_0P_1Q_0Q_1$ 의 한 대각선 P_0Q_0 를 1:2로 내분하는 점을 P_2 , 2:1로 내분하는 점을 Q_2 라 하고, 마름모 $P_1P_2Q_1Q_2$ 의 넓이를 S_1 이라 하자.
 마름모 $P_1P_2Q_1Q_2$ 의 한 대각선 P_1Q_1 을 1:3로 내분하는 점을 P_3 , 3:1로 내분하는 점을 Q_3 라 하고, 마름모 $P_2P_3Q_2Q_3$ 의 넓이를 S_2 라 하자.
 이와 같은 과정을 계속하여 마름모 $P_{n-1}P_nQ_{n-1}Q_n$ 의 한 대각선 $P_{n-1}Q_{n-1}$ 을 1:(n+1)로 내분하는 점을 P_{n+1} , (n+1):1로 내분하는 점을 Q_{n+1} 이라 하고, 마름모 $P_nP_{n+1}Q_nQ_{n+1}$ 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



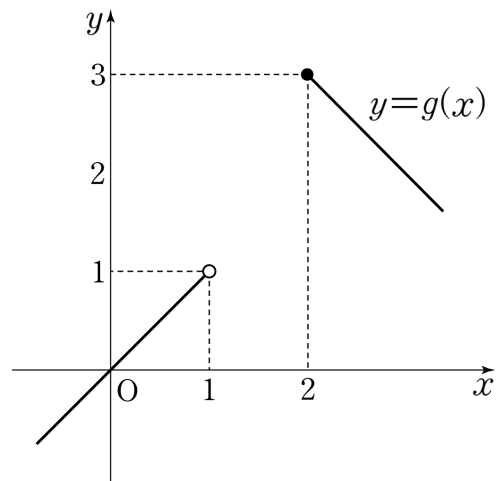
⋮

- ① $\frac{\sqrt{3}}{6}$
- ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ④ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{6}$

50. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} x & (x < 1) \\ f(x) & (1 \leq x < 2) \\ -x+5 & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이고 오직 $x=2$ 에서만 미분가능하지 않을 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]



51. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f'(1) = -6$
 (나) 두 함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프는 오직 세 점에서만 만나고, 그 세 점의 x 좌표는 각각 0, 1, 3이다.
 (다) 구간 $(-\infty, 1]$ 에서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 삼차함수의 그래프의 일부이다.

$\int_0^1 f(x)dx$ 의 최댓값을 a 라 할 때, $20a$ 의 값을 구하시오. [4점]

52. 함수 $f(x) = x^6 - 2x^3 - x^2 + 2x$ 와 $t \geq 0$ 인 모든 실수 t 에 대하여 곡선

$$y = \sqrt{f(x)} \quad (x \geq 0)$$

위의 두 점 $(1, \sqrt{f(1)})$, $(t, \sqrt{f(t)})$ 사이의 거리를 $g(t)$ 라 하자. t 에 대한 방정식 $g(t) + \frac{3}{4}t = k$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2일 때, k 의 최댓값은? [4점]

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ $\frac{13}{4}$

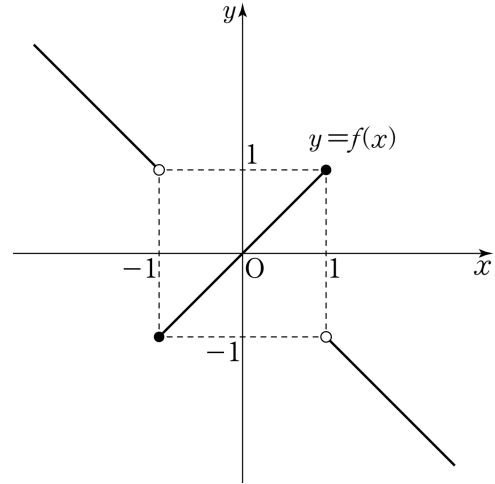
53. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{3^n + 1}{3^n - 1} \right) = 2$$

를 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 5}{a_n + 1}$ 의 값은? [4점]

- ① 7 ② 6 ③ 5 ④ 4 ⑤ 3

54. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f^{-1}(x)$ 의 값은? [3점]

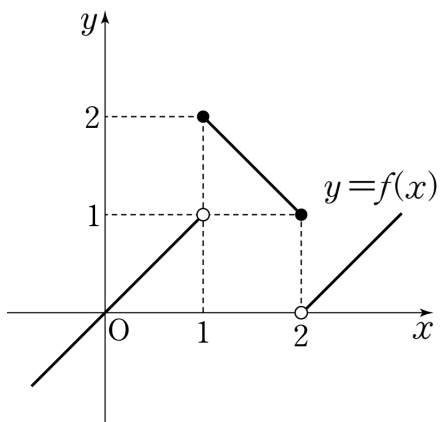
- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

55. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x & (x < 1) \\ -x+3 & (1 \leq x \leq 2) \\ x-2 & (x > 2) \end{cases}$$

와 이차함수 $g(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)}{f(x)} = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 2+} \frac{g(x)}{f(x)} = 1$$

일 때, $g(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]56. 함수 $f(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + 1$ 에 대하여 집합

$$A = \{a \mid |x-a| \leq k \text{이면 } f(x) \geq f(a) \text{이다.}\}$$

의 원소의 개수가 2가 되도록 하는 k 의 최댓값은? [4점]

- ① $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{5-\sqrt{5}}{2}$ ③ $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
 ④ $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\frac{5+\sqrt{5}}{2}$

57. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} x|x+1| & (x < 0) \\ x|x-1| & (x \geq 0) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = 1$

ㄴ. $f(x)$ 는 $x = 0$ 에서 미분가능하다.

ㄷ. $\int_{-1}^1 |f(x)| dx = 4 \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx$

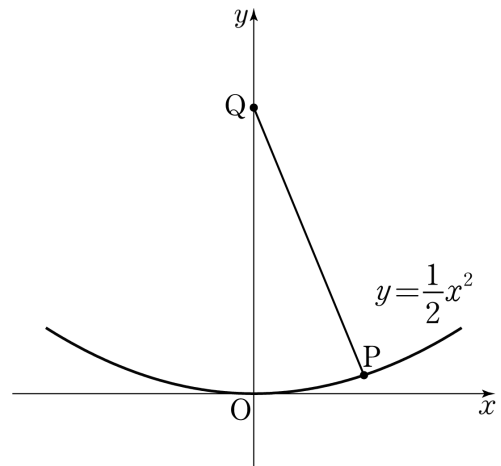
- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

58. 곡선 $y = \frac{1}{2}x^2$ 위의 점 $P(t, \frac{1}{2}t^2)$ 에서의 접선에 수직이고

점 P를 지나는 직선이 y축과 만나는 점을 Q라 하자.

$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\overline{OQ} - \overline{PQ}}{t^4}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$



59. 평면에서

$$\overline{AB}=6, \overline{AC}=a, \angle B=30^\circ$$

를 만족시키는 삼각형 ABC의 개수를 $f(a)$ 라 하자.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단, 서로 합동인 삼각형은 하나로 본다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(5)=2$

ㄴ. $\lim_{a \rightarrow 3^-} f(a) = \lim_{a \rightarrow 3^+} f(a)$

ㄷ. 구간 $(0, \infty)$ 에서 함수 $f(a)$ 의 불연속점은 2개이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

60. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 2x^2}{x^2 + 5x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) + x}{f(x) - 1} = \infty$$

를 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

61. 실수 t 에 대하여 사차함수

$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2tx^2 + 3t^2$$

의 최솟값을 $g(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

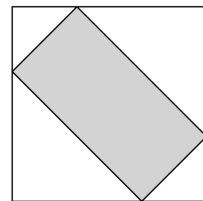
- ㄱ. $g(1) = -1$
- ㄴ. $g(t)$ 는 $t=0$ 에서 미분가능하다.
- ㄷ. $\int_{-3}^3 g(t) dt = 18$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

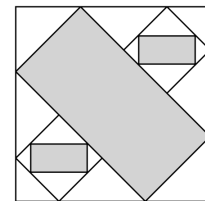
62. 한 변의 길이가 1인 정사각형에 내접하고 두 변의 길이의 비가 1:2인 직사각형을 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 직사각형의 긴 변을 빗변으로 하는 2개의 직각이등변삼각형에 각각 내접하는 두 정사각형에 대하여 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 변의 길이의 비가 1:2인 2개의 직사각형을 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 2개의 작은 직사각형의 긴 변을 빗변으로 하는 4개의 직각이등변삼각형에 각각 내접하는 4개의 정사각형에 대하여 그림 R_2 를 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 변의 길이의 비가 1:2인 4개의 직사각형을 색칠하여 얻은 그림을 R_3 라 하자.

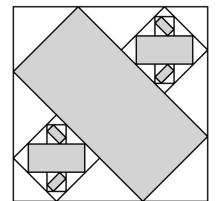
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



R_1



R_2



R_3

- ① $\frac{31}{65}$ ② $\frac{36}{65}$ ③ $\frac{41}{65}$ ④ $\frac{46}{65}$ ⑤ $\frac{51}{65}$

63. 함수 $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 1$ 이 $x = -2$ 에서
극댓값 5를 갖는다. $f(x)$ 의 극솟값은? [4점]

- ① $\frac{1}{27}$ ② $\frac{4}{27}$ ③ $\frac{7}{27}$ ④ $\frac{10}{27}$ ⑤ $\frac{13}{27}$

64. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} |f(x)| & (x \geq 1) \\ f(x) + 4 & (x < 1) \end{cases}$$

가 오직 $x = 3$ 에서만 미분가능하지 않을 때, $g(7)$ 의 값을
구하시오. [4점]

65. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\left\{ \frac{f(2)}{f(0)} \right\}^2 + \left\{ \frac{f'(0)}{f'(2)} \right\}^2 = 0$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $f(0) < 0$ 이면 $f'(2) > 4$ 이다.
- ㄴ. $f(0) > 0$ 이면 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 극댓값을 갖는다.
- ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x-3)}{f(x)}$ 이 존재하지 않는다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

66. 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \leq 1) \\ f(-x) & (x > 1) \end{cases}$$

라 하자. $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)-g(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = 2$
- (나) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x^2) - g(x)}{x-1}$ 이 존재한다.

67. 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 A_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) 두 점 A_1, P_n 의 좌표는 각각 $(0, 1), (n, 2^n)$ 이다.
- (나) 점 A_{n+1} 은 세 점 A_n, P_n, P_{n+1} 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게중심이다.

점 A_n 의 y 좌표를 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_{n+1} - a_n}{2^n + 1}$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

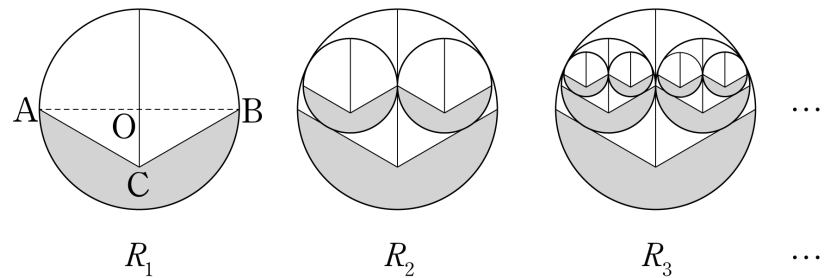
68. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB 를 지름으로 하는

원 O 가 있다. $\angle ACB = 120^\circ, \overline{AC} = \overline{BC}$ 를 만족시키는 점 C 를 잡고, 선분 AC, BC 와 원 O 로 둘러싸인 \smile 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 색칠된 부분을 포함하지 않은 도형에 선분 OC 를 연장한 직선을 그어 이등분한 2개의 도형에 내접하는 원을 그리고, 이 2개의 원 안에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 \smile 모양의 2개의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

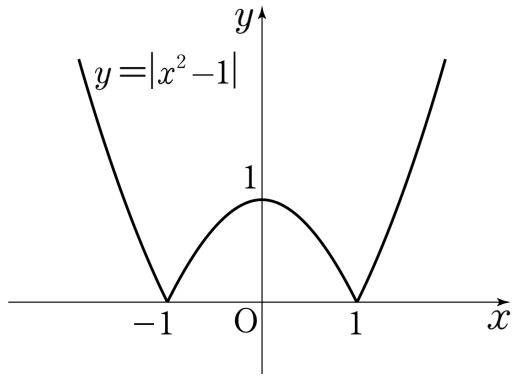
그림 R_2 에서 새로 생긴 2개의 원의 색칠된 부분을 포함하지 않은 4개의 도형에 내접하는 원을 그리고, 이 4개의 원 안에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 \smile 모양의 2개의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{9}{14}\pi - \frac{3\sqrt{3}}{7}$ ② $\frac{3}{4}\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{9}{10}\pi - \frac{3\sqrt{3}}{5}$
 ④ $\frac{3}{4}\pi - \sqrt{3}$ ⑤ $\frac{9}{10}\pi - \frac{2\sqrt{3}}{5}$

[55~56] 곡선 $y=|x^2-1|$ 과 직선 $x=t$ 가 만나는 점의 y 좌표를 $f(t)$ 라 하자. 55번과 56번의 두 물음에 답하시오.



69. 곡선 $y=|x^2-1|$ 과 직선 $y=f(1)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

70. $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{h^2}$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

71. 두 무한등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_{2n-1}} = 14, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_{2n-1}}{a_n} = 16$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{a_n}$ 의 값을 구하시오. [4점]

72. 사차함수 $f(x) = x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{4n} \left| f\left(\frac{k}{n}\right) - f\left(\frac{k-1}{n}\right) \right| \frac{1}{n} < 3$$

을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값은? [4점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

73. 좌표평면에서 직선 $y = ax + 2$ 가 곡선 $y = |x^3 - 3x|$ 와 만나서 생기는 교점의 x 좌표의 합을 $f(a)$ 라 할 때,

$\lim_{a \rightarrow 0^-} f(a) - \lim_{a \rightarrow 0^+} f(a)$ 의 값은? [4점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

74. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 방정식 $f(x) = 0$ 이 적어도 하나의 실근을 갖는다. 두 함수 $g(x), h(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} -1 & (f(x) < 0) \\ 0 & (f(x) = 0), \\ 1 & (f(x) > 0) \end{cases}, \quad h(x) = \begin{cases} -1 & (f'(x) < 0) \\ 0 & (f'(x) = 0) \\ 1 & (f'(x) > 0) \end{cases}$$

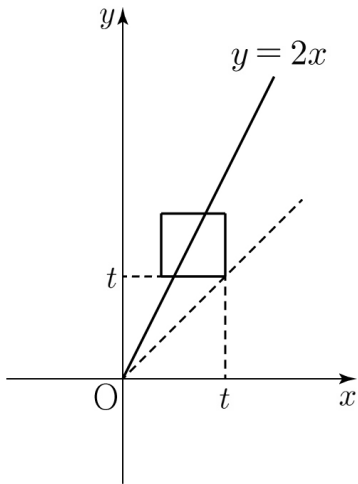
이라 하자. 함수 $g(x)h(x)$ 가 $x = 0$ 과 $x = 3$ 에서만 불연속이고,

$\lim_{x \rightarrow 0} g(x)h(x)$ 가 존재할 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

75. 좌표평면에서 직선 $y=2x$ 가 $0 < t < 6$ 에서 네 점

$$(t, t), (t, t+2), (t-2, t), (t-2, t+2)$$

를 꼭짓점으로 하는 정사각형과 만나는 두 점 사이의 거리를 $f(t)$ 라 하자.



열린 구간 $(0, 6)$ 에서 함수 $f(t)$ 가 미분가능하지 않은 모든 t 의 값의 합은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

76. 첫째항이 8이고 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$(b_n)^2 = (a_n)^2$$

이다. $2 < \sum_{n=1}^{\infty} b_n < 3$ 일 때, $b_2 + b_4$ 의 값은? [4점]

- ① -5 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 5

77. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt = -4 \\ \text{(나)} \quad & \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{x-4} \int_0^x f(t) dt = 20 \end{aligned}$$

78. 연속함수 $f(x)$ 에 대하여 세 집합 A, B, C 가 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A &= \{f \mid \text{함수 } y=f(x+1) \text{의 그래프는 } y \text{축에 대하여 대칭이다.}\} \\ B &= \{f \mid f(x) \text{는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.}\} \\ C &= \{f \mid \text{방정식 } f(x)=0 \text{의 실근의 개수가 2이다.}\} \end{aligned}$$

두 집합 X, Y 에 대하여

$$X \star Y = (X \cup Y) - (X \cap Y)$$

라 할 때, $A \star (B \star C)$ 의 원소가 아닌 것은? [4점]

- ① $|x-1|+3$ ② x^2-2x-3 ③ x^4+x^3+x+3
- ④ $(x-1)^4-1$ ⑤ x^3-5x^2+8x-4

확률과 통계

79. 철수는 국어, 수학, 영어, 사회탐구영역의 공부계획서를 작성하려고 한다. 1시간마다 영역을 바꿔가며 공부하기로 하고, 모든 영역을 공부계획서에 포함시키기로 하자. 5시간 분량의 공부계획서를 작성할 수 있는 모든 경우의 수는? [3점]

- ① 112 ② 120 ③ 128 ④ 136 ⑤ 144

80. 철수는 세계일주를 하기 위해 대륙별로 가고 싶은 나라 6곳을 정하고 여행 순서계획표를 작성하려고 한다.

대륙	유럽	아시아	남미
국가	프랑스	중국	브라질
	이탈리아	일본	파라과이

이 중에 5곳만을 여행할 수 있고, 만약 같은 대륙에 서로 다른 두 나라가 동시에 정해질 경우 두 나라를 연속해서 여행하기로 할 때, 만들 수 있는 여행 순서계획표의 모든 경우의 수를 구하시오. [4점]

81. 민수는 ‘이름 짓기 놀이’를 하려고 한다. 세 글자의 이름만 지을 수 있고, 첫째, 둘째, 셋째 글자는 다음 중 하나씩 고르려고 한다.

첫째 글자	둘째 글자	셋째 글자
김	민	민
박	수	수
이	철	철
현	현	현

세 글자는 반드시 각각 서로 달라야 하고, 자신과 동일한 이름을 피하기 위하여 둘째 글자에 ‘민’, 셋째 글자에 ‘수’가 동시에 올 수 없을 때, 지을 수 있는 이름의 모든 경우의 수를 구하십시오. [4점]

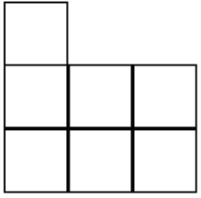
82. 다음은 2011학년도 대학수학능력시험 사회탐구 영역의 과목들을 과목 군별로 분류한 것이다.

지리과목군	역사과목군	일반사회 과목군
한국 지리	국사	윤리
세계 지리	세계사	경제
경제 지리	한국 근현대사	정치
		사회 문화
		법과 사회

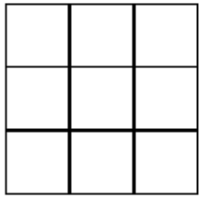
철수는 각 과목군별로 적어도 1과목 이상 선택하되, 역사과목군에서 국사를 선택하게 되면 반드시 한국 근현대사도 선택하기로 하였다. 철수가 사회탐구 영역에서 총 4과목을 선택할 때, 가능한 모든 경우의 수는? [4점]

- ① 120
- ② 135
- ③ 150
- ④ 165
- ⑤ 180

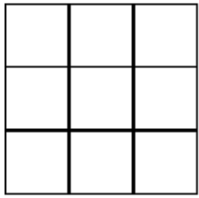
83. 아래 그림은 정육면체 모양의 쌓기 나무 여러 개로 입체도형을 만들었을 때, 그 입체도형을 앞에서, 위에서, 옆에서 본 모양이다. 만들어질 수 있는 입체도형 모양의 총 경우의 수를 구하시오. [4점]



<앞에서 본 모양>



<위에서 본 모양>



<옆에서 본 모양>

84. 한 변의 길이가 2인 정사각형 모양의 고정된 벽이 있다. 빨간색으로 칠해지고 넓이가 2인 직각이등변삼각형 1개, 검은색으로 칠해지고 넓이가 1인 직각이등변삼각형 1개, 파란색으로 칠해지고 넓이가 $\frac{1}{2}$ 인 직각이등변삼각형 1개, 초록색으로 칠해지고 넓이가 $\frac{1}{2}$ 인 직각이등변삼각형 1개, 총 4개의 삼각형 타일을 벽에 모두 빈틈없이 붙이려고 한다. 이 때, 붙일 수 있는 모든 경우의 수는? [4점]

- ① 8
- ② 10
- ③ 12
- ④ 14
- ⑤ 16

85. 다섯 개의 문자 A, B, C, D, E가 하나씩 적혀 있는 공이 각각 3개씩 있다. 이 중에서 3개의 공을 뽑을 때, A가 적혀 있는 공이 1개 이상 나오는 경우의 수는?
(단, 공을 뽑는 순서는 고려하지 않는다.) [3점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

86. 철수와 영희를 포함한 5명의 학생이 영화를 관람하기 위해 그림과 같이 5자리를 예약했다.

10열	A	B	
11열	A	B	C

5명이 임의로 5장의 티켓을 나누어 가질 때, 철수와 영희가 같은 열에 서로 이웃하여 앉을 확률은? [3점]

- ① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{7}{20}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{7}{15}$

87. 4개의 음반 회사의 시장점유율은 다음과 같다.

음반 회사	A	B	C	D	계
점유율(%)	20	28	10	42	100

음반을 구매한 사람 중 225명을 임의추출하여 조사할 때, 27명 이상이 C 회사의 음반을 구매한 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332

- ① 0.0668 ② 0.1587 ③ 0.1915
 ④ 0.3085 ⑤ 0.3413

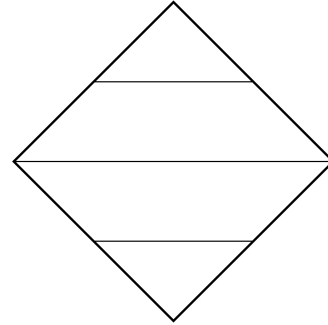
88. $\sum_{n=1}^7 {}_nH_{7-n}$ 의 값은? [3점]

- ① 32 ② 48 ③ 64 ④ 80 ⑤ 96

89. 세 정수 x, y, z 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $x+y+z = -3$
- (나) $|x| \leq 3, |y| \leq 3, |z| \leq 3$

90. 그림과 같이 정사각형 모양인 타일의 네 변의 중점을 연결하고 한 대각선을 그어 타일을 네 부분으로 나누었다. 서로 다른 4가지 색을 모두 사용하여 타일의 네 부분을 칠하는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

91. 10 원, 50 원, 100 원, 500 원짜리 동전이 각각 4 개씩 있다.
이 16 개의 동전 중에서 5 개를 선택하여 만들 수 있는 금액의
경우의 수는? [4점]

- ① 46 ② 48 ③ 50 ④ 52 ⑤ 54

92. 어느 대학교 학생의 운전면허 소지자와 미소지자의 비율은
5:3이고, 운전면허 소지자 중 1종 면허 소지자와 2종 면허
소지자의 비율은 2:3이다.

이 대학교 학생 192 명을 임의추출할 때, 1종 면허 소지자가
57 명 이하일 확률을 오른쪽

표준정규분포표를 이용하여 구한
것은? (단, 운전면허 소지자는
1종 면허와 2종 면허 중 하나만
가지고 있다.) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.25	0.3944
1.50	0.4332
1.75	0.4599

- ① 0.6056 ② 0.8276 ③ 0.8944
④ 0.9332 ⑤ 0.9599

93. 한 개의 주사위를 4번 던질 때, 나온 모든 눈의 수의 곱이 4의 배수일 확률은? [4점]

- ① $\frac{29}{48}$ ② $\frac{31}{48}$ ③ $\frac{11}{16}$ ④ $\frac{35}{48}$ ⑤ $\frac{37}{48}$

94. 어느 학교 전체 학생 100명은 중국어와 일본어 중 어느 한 과목만 수업을 받고, 물리와 화학 중 어느 한 과목만 수업을 받는다고 한다. 중국어 수업을 받는 학생의 수는 64명이고, 물리 수업을 받는 학생 중 일본어 수업을 받는 학생의 수는 27명이다. 이 학교의 학생 중에서 임의로 택한 1명의 학생이 물리 수업을 받는 사건을 A 라 하고, 중국어 수업을 받는 사건을 B 라 하자. 두 사건 A 와 B 가 서로 독립일 때, 이 학교의 학생 중에서 화학 수업을 받는 학생의 수는? [3점]

- ① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

95. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 집합 B 를

$$B = \{a \times b \times c \mid a \in A, b \in A, c \in A\}$$

라 하자. 집합 B 의 원소의 개수는? [4점]

- ① 26 ② 28 ③ 30 ④ 32 ⑤ 34

96. 다항식 $\left(2x^2 - \frac{1}{4}\right)^8$ 의 전개식에서 계수가 정수인 항의 개수는? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

97. 광역버스에는 제한 속도 이상으로 운행할 경우 경고음이 울리는 과속 방지 장치가 있다.
 광역버스 A의 과속 방지 장치에서 하루 동안 경고음이 울린 시간은 정규분포 $N(90, 10^2)$ 을 따르고, 광역버스 B의 과속 방지 장치에서 하루 동안 경고음이 울린 시간은 정규분포 $N(80, 15^2)$ 을 따른다고 한다.
 광역버스 A의 과속 방지 장치에서 하루 동안 경고음이 울린 시간이 t 이상일 확률과 광역버스 B의 과속 방지 장치에서 하루 동안 경고음이 울린 시간이 t 이하일 확률이 같을 때, t 의 값을 구하시오. (단, 시간의 단위는 초이다.) [4점]

98. 확률변수 X 가 이항분포 $B(4, p)$ 를 따르고
 $E(X^2) = 3p + 1$ 일 때, $V(10X)$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < p < 1$)
 [3점]

99. 주사위를 던져서 나오는 눈의 수가 3의 배수이면 1개의 동전을 1번 던지고, 그렇지 않으면 1개의 동전을 2번 던질 때, 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 하자. $E(X)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{7}{12}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

100. 주머니 안에 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 카드가 각각 3장씩 총 12장의 카드가 있다. 주머니에서 4장의 카드를 임의로 뽑아서 만들 수 있는 서로 다른 네 자리 자연수의 개수는? [3점]

- ① 240 ② 244 ③ 248 ④ 252 ⑤ 256

101. 좌표평면에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점을 선택한다. 선택된 점이 원 $x^2 + y^2 = 25$ 위의 점일 때, 그 점의 x 좌표가 3일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

102. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A) + P(B) = \frac{6}{5}, \quad \frac{1}{P(A)} + \frac{1}{P(B)} = \frac{24}{5}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{17}{20}$ ④ $\frac{9}{10}$ ⑤ $\frac{19}{20}$

103. 어느 고등학교에서 지하철을 타고 등교하는 학생의 비율을 알아보기로 하였다. 어느 날 이 학교 학생 중에서 108명을 임의추출하여 얻은 지하철을 타고 등교하는 학생의 표본비율을 이용하여 구한 모비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $0.25 - c \leq p \leq 0.25 + c$ 이고, 같은 모집단에서 n 명을 임의추출하여 얻은 지하철을 타고 등교하는 학생의 표본비율을 이용하여 구한 모비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $0.5 - c \leq p \leq 0.5 + c$ 이다. n 의 값을 구하시오. [4점]

104. 닫힌 구간 $[0, 3]$ 에서 정의된 확률변수 X 의 확률밀도함수가 연속이다. $0 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$P(x \leq X \leq x+1) = k(x+1)$$

일 때, $P\left(\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{5}{2}\right)$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{7}{12}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

105. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z, w 의 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $x+y+z+w=10$
- (나) $(x+y)(z+w)$ 는 홀수이다.

106. 주사위를 두 번 던져 나온 눈의 수를 차례로 a, b 라 할 때, 방정식 $x^2+2ax+b=0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 확률변수 X 라 하자. $E(9X)$ 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

107. 확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ 를 따르고,

$$E(4X) = V(4X), \quad P(X=0) = \frac{1}{2^8}$$

일 때, $E(X^2)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{39}{4}$ ② $\frac{37}{4}$ ③ $\frac{35}{4}$ ④ $\frac{33}{4}$ ⑤ $\frac{31}{4}$

108. 같은 종류의 모자 7개, 같은 종류의 바지 3벌을 세

모둠에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 각 모듬은 모자를 1개 이상 받는다고 할 때, 나누어 줄 수 있는 경우의 수는? [3점]

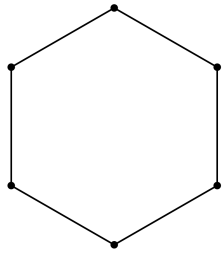
- ① 120 ② 150 ③ 180 ④ 210 ⑤ 240

109. 주머니에 흰 공 3개, 검은 공 5개가 들어 있다.
 이 주머니에서 3개의 공을 차례로 꺼내었더니 세 번째로
 꺼낸 공이 검은색이었다. 첫 번째로 꺼낸 공이 흰색일 확률은?
 (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.) [3점]

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

110. 모평균이 120이고 모표준편차가 σ 인 정규분포를 따르는
 모집단에서 크기가 25인 표본을 임의추출하였을 때 표본평균이
 구간 $[116, 124]$ 에 포함될 확률이 0.9544이었다.
 이 모집단에서 크기가 4인 표본을 임의추출할 때, 표본의
 총합이 α 이상일 확률이 0.0228이다. $\alpha + \sigma$ 의 값을 구하시오.
 (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,
 $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.4772$ 이다.) [4점]

111. 정육각형의 꼭짓점 중 세 점을 택하여 삼각형을 만들 때,
그 삼각형이 직각삼각형일 확률은? [3점]



- ① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

112. 흰 공 2개, 검은 공 3개가 들어 있는 주머니가 있다.
이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어,
흰 공이 나오면 주머니에서 1개의 공을 더 꺼내고,
검은 공이 나오면 주머니에서 2개의 공을 더 꺼낼 때,
주머니에 있는 흰 공의 개수가 1개일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{11}{20}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{13}{20}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

113. 어떤 모집단의 분포가 이산확률변수 X 의 확률분포이고, 확률분포표가 그림과 같다.

X	1	2	3	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{2}$	a	$\frac{1}{4}$	1

이 모집단에서 크기가 44인 표본을 임의추출할 때, 표본평균이 \bar{x} 이하일 확률이 0.8413이다. \bar{x} 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① $\frac{11}{8}$
- ② $\frac{13}{8}$
- ③ $\frac{15}{8}$
- ④ $\frac{17}{8}$
- ⑤ $\frac{19}{8}$

114. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고,

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3}, \quad \{P(A)\}^2 + \{P(B)\}^2 = \frac{25}{36}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{7}{12}$
- ③ $\frac{2}{3}$
- ④ $\frac{3}{4}$
- ⑤ $\frac{5}{6}$

115. 한 개의 동전을 한 번 던지는 시행을 5번 반복한다.
 n 번째 시행에서 앞면이 나오면 2^n 원을 받기로 할 때,
 한 개의 동전을 한 번 던지는 시행을 5번 반복하여 24원
 이상을 받게 될 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

116. 어떤 화폐의 현재 환율을 c , 시장불안정성 지표를 k ,
 거래량을 p 라 할 때, 이 화폐의 일주일 후의 환율은 평균이
 c 이고 분산이 $c^2 k^{\frac{4}{3}} p^{-1}$ 인 정규분포를 따른다고 한다.
 화폐 A의 환율이 일주일 후 3% 이상 상승할 확률이
 $P(Z \geq 1)$ 이다. 화폐 B의 시장불안정성 지표는 화폐 A의
 시장불안정성 지표의 8배이고, 화폐 B의 거래량은 화폐 A의
 거래량의 36배라 하자. 화폐 B의 환율이 일주일 후 $a\%$ 이상
 상승할 확률이 $P(Z \geq 2)$ 일 때, a 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

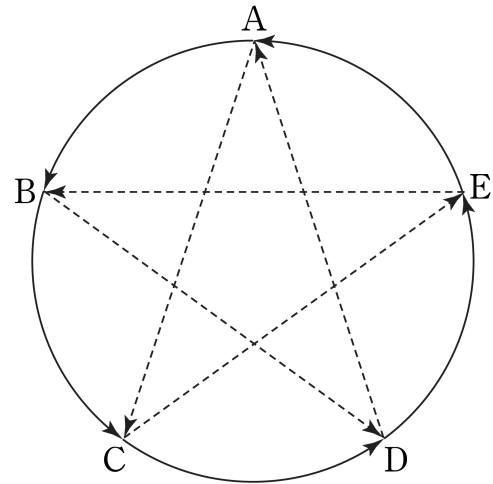
117. 종류별로 그릇이 10개 이상 있는 네 종류의 그릇 중에서 10개를 선택하려고 한다. 두 종류의 그릇은 각각 홀수개만큼, 나머지 두 종류의 그릇은 각각 짝수개만큼 선택하는 방법의 수는? (단, 0도 짝수이다.) [4점]

- ① 153 ② 171 ③ 190 ④ 210 ⑤ 231

118. 그림과 같이 A, B, C, D, E가 정오각형 모양으로 둘러서서 공놀이를 하고 있다. 공을 잡은 사람이 다른 사람에게 공을 던질 때

- 방향으로 던질 확률이 $\frac{2}{3}$
- > 방향으로 던질 확률이 $\frac{1}{3}$

이다. A가 처음에 공을 잡은 상태로 공놀이가 시작되어 A에게 공이 되돌아오면 공놀이가 끝난다고 할 때, 6번 공을 던지고 나서 공놀이가 끝날 확률은? [4점]



- ① $\frac{8}{243}$ ② $\frac{4}{81}$ ③ $\frac{16}{243}$ ④ $\frac{5}{81}$ ⑤ $\frac{20}{243}$

119. 흰 공 2개, 노란 공 2개, 파란 공 2개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 순서대로 임의의 공을 3개씩 순서대로 뽑았더니 같은 색깔의 공이 연속해서 나오지 않았다. 남은 3개의 공을 순서대로 하나씩 뽑을 때, 같은 색깔의 공이 연속해서 나오지 않을 확률을 $\frac{b}{a}$ 라 하자. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

120. 주사위를 두 번 던져 나오는 눈의 수를 차례로 m, n 이라 하자. 함수 $f(x) = x(x^m + x^n)$ 의 극값의 개수를 확률변수 X 라 할 때, $E(60X)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.